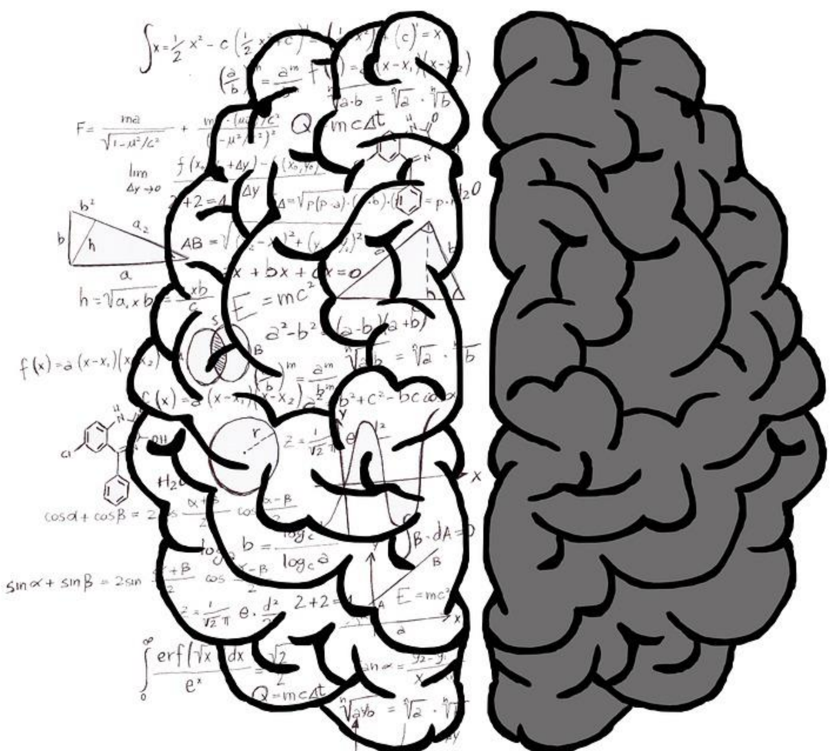
Kropog László

A matematikus is

EMBER



Tartalom

1. Előszó

Tisztelt Olvasók! Ez a könyv a matematikusok életét, és emberi oldalukat szeretné bemutatni. Röviden a matematikai eredményeiket is! Nem törekszem a teljességre, csupán néhány érdekes történetet, ismeretet osztanék meg Önökkel.

30 tudós életét, erőfeszítéseit, munkásságát követhetjük végig a matematika fejlődésén keresztül. Közöttük **10** hölgyet is bemutatok. Szeretném érzékeltetni, hogy a matematikát nem a Mars lakók találták (találják) ki, hanem hozzánk hasonló **EMBEREK**.

A válogatás kissé szubjektív, hiszen többnyire a számomra kedves matematikusok szerepelnek a könyvben. Sajnos sok nagy gondolkodó a könyv terjedelme miatt kimaradt! Még élő matematikusok nem szerepelnek a könyvben. A tudósok időrendi sorrendben követik egymást, nem szimpátia alapján.

Régebben megkértem barátaimat, hogy soroljanak már fel néhány hölgyet, akik a matematika területén dolgoztak. Valaki visszakérdezett: „Miért, voltak matematikus nők egyáltalán?" Ekkor határoztam el, hogy ebben a könyvben róluk is megemlékezek.

Igyekszem minél kevesebb matematikai képletet használni a leírtakban, de néha kénytelen vagyok. Többször előfordul, hogy néhány matematikusról, felfedezésről, érdekességről csak említést teszek. Ez azért van így, hogy további kutatásra, olvasásra késztessem (biztassam) az Olvasót.

Ha sikerült felkelteni az érdeklődést egy-egy matematikus, vagy a tudományos téma iránt, akkor kérem, nézzenek utána a részletesebb ismereteknek. Nekem ez már sikernek számítana!

Ezt a könyvet első unokámnak, **Kropog Sámuelnek** ajánlom, első születésnapja alkalmából. Remélem, hogy egyszer elolvassa és sok dolgot megért belőle!

Minden matematikát szeretőnek kívánok jó tanulást, illetve jó szórakozást!

Nyíregyháza, 2023.05.07.

Kropog László

2. Ókori görög matematikusok

Az első számírásos emlékek a mükénéi kultúra idejéből származnak az i.e. 1500-as évekből. A számjegyek tízes számrendszerre utalnak. A számok képzése hasonló az egyiptomihoz, vagyis egymás mellé írták a számjegyeket, balról kezdve a legnagyobbal. A jegyek értékét össze kell adni.

Az első igazi görög számírás az attikai volt. Ez is hieroglifikus volt, de más számjegyekkel. Ez az ötös és tízes rendszer keveréke. A legrégebbi leletek az i.e. VIII. századból valók és ez időszámításunk kezdetéig használatos volt. Kevés számjegyet használtak, de a számok felírása így hosszú volt.

Az ábécé kifejlődése után alakult ki az un. *alfabetikus* számírás, amely betűkkel jelölte a számokat. (például $\alpha = 1;\ \beta = 2;\ 1000 =,\alpha;\ 2000 =,\beta$). A tudományban i.e. 500-tól ezt a számírást használták. Hogy a számokat megkülönböztessék a szövegtől, egy vonalat húztak fölé. Például, a következő szám: $\overline{,\varepsilon\delta\lambda\alpha} = 5231$. A számok felírása rövidebb lett, de a műveletek elvégzése nagyon bonyolult volt. A hétköznapi életben a számoló tábla (abakusz) segítségével számoltak, attikai számjegyekkel és az egyiptomi szorzás módszerével. Az abakuszon történő számábrázolás tulajdonképpen a helyi érték szerinti elrendezést jelenti. A görög matematikusok feltehetően azért nem jöttek rá a helyi érték elvére, mert nem volt rá szükségük. Geometriai szemléletük miatt a számokat is szakaszoknak tekintették. Ilyen eszközök használatával nagyszerű eredményeket értek el a számelméletben is, melyekre a mai napig csodálattal nézünk fel.

A görög matematika első nagy alakjai a milétoszi Thalész és a számoszi Püthagorasz.

Munkájukat csak későbbi kommentárokból és utalásokból ismerjük. Thalész főleg filozófus volt. A matematikán belül csak geometriával foglalkozott. Püthagorasz egy filozófiai iskolát alapított, ahol nagyon sok geometriai és számelméleti problémával foglalkoztak. Többek között:

1. A kör négyszögesítése (π).

2. A kocka kettőzése ($\sqrt[3]{2}$).

3. Egy adott szög harmadolása.

Nézzük meg pontosan, mi a feladat!

1. A kör négyszögesítése:

Egy adott kör területével megegyező területű négyszög szerkesztése. Vagyis egy kör kerületének és átmérőjének az arányát, π-t kell megszerkeszteni.

2. A kocka kettőzése, (Déloszi-probléma):

Egy adott kocka térfogatának a kétszerezése. Vagyis a $\sqrt[3]{2}$-t kell megszerkeszteni.

3. Egy adott szög harmadolása:

Vagyis egy adott szöget három egyenlő részre kell osztani.

A három feladatot csak az Euklideszi-szerkesztés feltételeinek betartásával kell megoldani! Ezek a következők:

Csak egyélű vonalzót (nincs rajta mérésre alkalmas beosztás), és körzőt használhatunk.

1. A vonalzót két adott ponton átmenő egyenes megrajzolására használhatjuk.
2. A körzővel adott pont körül adott hosszú sugárral kört rajzolhatunk.
3. Két egyenes metszéspontját megjelölhetjük.
4. Egyenes és kör metszéspontját megjelölhetjük.
5. Két kör metszéspontját megjelölhetjük.
6. Két pont távolságát körzőnyílásba vehetjük.

A három kérdés megoldására több mint 2000 évet kellett várni! Akit érdekelnek a részletek, kérem, nézzen utána a híres ókori problémáknak. Érdemes!

2.1. Thalész (ie. 624?-548?): *A matematika atyja.*

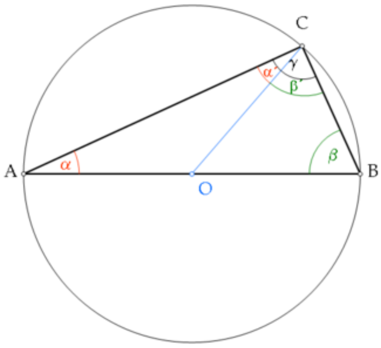
Ezt a jelzőt azért érdemelte ki, mert ő volt az első, aki általánosan fogalmazta meg állításait (tételeit), és azokat logikai úton bizonyította is. Előtte a matematikai írások csak konkrét feladatok megoldásait adták, mint egy konyhai receptet. Ezeket csak, mint a gyakorlati alkalmazást segítő eszköznek tekintették. (Rhind-papirusz, sumér-táblák, stb.)

Mindenben ő az első. Az első természetfilozófus, az első fizikus, az első csillagász, az első matematikus, a hét görög bölcs között az első.

Nézzük meg a nevét viselő tételt és annak bizonyítását! Ez volt az első un. direkt bizonyítás.

Tétel: (*Thalész*) Ha egy kör átmérőjének *A* és *B* végpontját összekötjük a körív *A*-tól és *B*-től különböző tetszőleges *C* pontjával, akkor az *ABC* háromszög *C*-nél lévő szöge (γ) derékszög lesz.

Bizonyítás: Azt fogjuk felhasználni, hogy a háromszög belső szögeinek összege 180°.



Legyen *O* a kör középpontja. Ekkor az *AOC* és a *COB* háromszög egyenlő szárú, azaz

$$\alpha = \alpha' \text{ és } \beta = \beta'$$

Az *OC* szakasz pont az α' és β' részekre osztja γ-t, így $\gamma = \alpha' + \beta' = \alpha+\beta$

Az *ABC* háromszög belső szögeinek összege 180°, épp e négy szög összege, tehát:

$$\alpha + \beta + \gamma = \alpha + \beta + (\alpha' + \beta') = \alpha + \beta + (\alpha + \beta) = 180°$$

Vagyis:

$$2\alpha+2\beta = 180°$$
$$2(\alpha+\beta) = 180°$$
$$\alpha+\beta = 90°$$

Tehát: $\gamma = \alpha + \beta = 90°$, azaz igaz az állítás.

Thalész a kisázsiai Milétoszban született. A születésének és halálának éve bizonytalan. Az évekre abból következtetnek a matematika történettel foglalkozó kutatók, hogy megjósolta az i.e. 585. május 28-án bekövetkezett napfogyatkozást. Ez rendkívüli tehetségre vall! Thalész csillagászati tudása tette lehetővé a görög naptár reformját, melyet egyik tanítványa végzett el az ő tanácsai segítségével. Egyébként kereskedő volt, így beutazta az akkori művelt világot.

Ezek során sok új ismeretet szerzett. Az egyik Laertiosztól (i.sz. III.sz) származó történet szerint az egyiptomi papok csodálatára, megmérte a piramisok pontos magasságát egy egyszerű módszerrel. Egy botot szúrt a földbe, majd amikor a bot árnyéka egyenlő volt a bot hosszával, akkor megmérte a piramis árnyékát. Ebből arra lehet következtetni, hogy ismerte a hasonlóság fogalmát. Ha a piramis magasságának a vetülete nem merőleges az egyik alapélre, akkor ismernie kellett a Püthagorasz-tételt is!

Thalész többek között bizonyította, hogy a csúcsszögek egyenlők, az átmérő felezi a kört, az egyenlő szárú háromszögben az alapokon fekvő szögek egyenlők. Két háromszög egybevágó, ha két szögük és egy oldaluk egyenlő. Ez utóbbi tétele alapján meghatározta a tengeren úszó hajónak a parttól mért távolságát.

Említsünk meg két történetet róla:

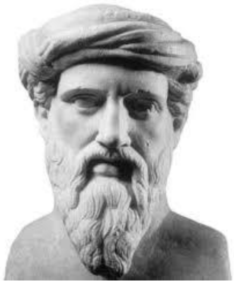
1. Gúnyolták, hogy a tudománnyal nem lehet vagyont szerezni. Akkor mire jó? A csillagokból kiolvasta, hogy a következő évben az időjárás kedvező lesz, így jó termés várható. Kibérelte az összes olajprést, vagyis ő diktálhatta abban az évben az olaj árát. Ebből jókora vagyonra tett szert, de nem élt vissza a helyzetével, így is méltányos árakat szabott meg.

2. Sóval is kereskedett, azt szamárháton szállította. Egy patak mellett elhaladva az egyik szamár mindig a vízbe ment hűsölni, majd érzékelte, hogy a teher könnyebb lett. A kioldott só veszteségét Thalész nem vette jó néven. A következő úton rongyokkal megpakolt csomagokat rakott a szamárra, amely a fürdés után sokkal nehezebb lett. A szamár ezt követően többet már nem ment bele a patakba.

Ezek a történetek eléggé meseszerűek, de jól mutatják gondolkodásmódját. A kereskedelmet elég hamar abbahagyta és idejét a matematikának, filozófiának és az állam ügyeinek szentelte. Mint filozófust a „naiv materialisták” közé sorolják. Szerinte minden a vízből keletkezett. Hitt a lélek létezésében is. A mágnes vonzását is a mágnes lelkének tulajdonította. A közügyeket is szívesen intézte, tanácsait elfogadták. Fő politikai terve az volt, hogy az ión városok szövetségét létrehozza Teósz fővárossal.

Sajnos írásos emlékek nem maradtak tőle. Sokan úgy gondolják, hogy Püthagorasz is az ő tanítványa volt.

2.2. Püthagorasz (i.e. 570-495): *A számok atyja.*



Korai feljegyzések alapján szinte biztosak lehetünk benne, hogy Püthagorasz írásos művet nem hagyott maga után. Tanításait, írásos formában, tanítványai őrizték meg (ún. *Akuszmaták*, azaz hallott dolgok), azonban e művek nagy részét (kivéve Philolaosz és Arkhütasz töredékeit) késői eredetű pszeudonim fikciónak szokás tekinteni.

Élete

Diogenész Laertiosz szerint egy Mnészarkhosz nevű ékszer- és dísztárgykészítő fiaként született i. e. 570-ben a Kis-Ázsia partjához közel elterülő Szamosz szigetén. Fiatalon elhagyta szülőhelyét, először Leszboszba ment nagybátyjához, a szíriai Pherekűdészhez, majd annak halála után visszatért Szamoszba, ahol Hermodamasz tanítványa volt. Ugyancsak Diogenész Laertiosz beszámolójából tudjuk, hogy ifjúkorában annyira szerette a tudományokat, hogy elhagyta hazáját, és járt Egyiptomban is, ahol Polükratész bemutatta Amaszisz fáraónak. Egyiptomi útja során megtanulta az egyiptomi nyelvet s tanulmányozta a helyi titkos tanításokat, vagy ahogyan Diogenész írta: *„megtanulta az istenekről szóló tudományt”*.

Egyiptomból Szamoszra tért vissza, és mivel hazáját Polükratész türannisza alatt találta, a dél-itáliai Krotón városába költözött. Itt alapította meg filozófiai iskolával egybekötött vallási szervezetét, a püthagoreus iskolát. Az iskola, jelentős befolyásra tett szert – először csak a városban, majd a dél-itáliai görög városállamok laza szövetségében, Magna Graeciában is.

A növekvő befolyás természetes ellenhatásaként hamarosan szervezkedni kezdtek a püthagoreus-ellenesek is, akik végül felgyújtották a püthagoreusok központját, egy Milón nevű atléta házát. Egyesek szerint a gyújtogatók elfogták és megölték a filozófus-mestert, mások szerint csak megfenyegették, hogy ha nem hagyja el a várost, megölik.

Ekkor az üldözött filozófus Locri városába menekült, de ott egy küldöttség várta, akik szelíden arra kérték, hogy menjen el:

„Kedves Püthagorasz, te nagyon okos vagy, mi azonban meg vagyunk elégedve a saját törvényeinkkel, és nem kívánjuk, hogy te újabbakat tégy a helyükbe. Eredj, és hagyj minket békében!”

Püthagorasz ekkor Metapontumba ment, és ott a Múzsák Templomában, bánatában halálra éheztette magát. A történet egy ennél valószínűbb változatában Püthagoraszt Metapontumba száműzték (ahol hamarosan meghalt), tanítványainak egy részét lemészárolták, a többieket pedig mesterükhöz hasonlóan száműzték, a testvériség gyűléstermeit porig égették.

Életútját Jamblikhosz, Porphüriosz és Diogenész Laertiosz életrajzából ismerjük. Krotóni házigazdájának lányát, Theanót vette feleségül. Két gyereküket említi Diogenész: egy Damó nevű lányt és egy Télaugész nevű fiút. Theano írta meg Püthagorasz első életrajzát. Ez valószínűleg hiteles forrás lehetne, de elveszett.

Az Ember

Püthagorasz azt állította, hogy vissza tud emlékezni előző négy életére:

1. Hermész isten fia, *Aithalidész,* akinek Hermész azt a képességet ajándékozta, hogy vissza tud majd emlékezni előző életeire.

2. A Trójánál harcoló *Euphorbosz,* akit Menelaosz sebesített meg.

3. *Hermotimosz.*

4. *Pürrhosz,* egy Délosz-szigeti szegény búvár.

Valamint azt állította, hogy többször is leszállt az Alvilágba, és ott találkozott Homérosszal és egyéb neves költőkkel, akik egyébként egy fára kötözve lógtak büntetésül, mert az isteneket tiszteletlenül, prózai módon ábrázolták.

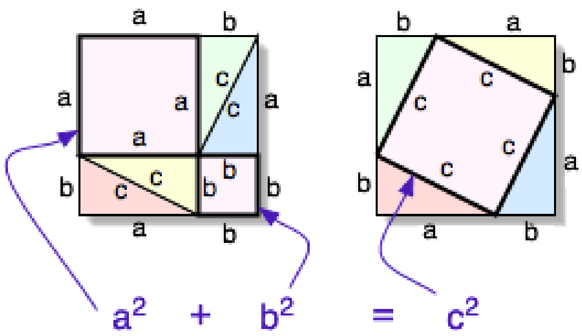
Matematika

Kezdjük a róla elnevezett tétellel. A derékszögű háromszögekre vonatkozó állítást már előtte több mint ezer éve ismerték. Az egyiptomiak a piramis építésénél olyan kötelet használtak a derékszög kiméréséhez, amelyen egyenlő távolságra 12 csomót kötöttek. (3, 4 és 5 egységre. Ez egy püthagoraszi-számhármas.) Talán azért kötődött a nevéhez ez a tétel, mert ő bizonyította általánosan. Valószínűleg az alábbi területdarabolási módszerrel igazolta.

Tétel: Egy derékszögű háromszögben a befogók négyzetének összege egyenlő az átfogó négyzetével. (A szokásos jelölésekkel: $a^2 + b^2 = c^2$)

Bizonyítás: Két azonos területű négyzetet kétféle módon feldarabolunk. Ekkor kapunk négy egybevágó derékszögű háromszöget, melynek befogói *a, b*, az átfogója *c*. (piros, sárga, zöld és kék háromszögek) Ha egyenlő területű négyzetekből elvesszük ezt a négy egybevágó háromszöget, akkor a megmaradó területek is egyenlők lesznek. (A rózsaszín területek egyenlők.) Tehát igaz az állítás.

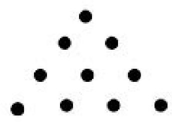
(Megjegyzés: A tételnek napjainkban már több száz bizonyítása létezik.)



Filozófiájuk alapgondolata az volt, hogy a világ lényege a szám. Ezeket önállóan létező szubsztanciáknak tekintették. Felfogásuk szerint a világ lényegének vizsgálata a számok vizsgálatát jelenti. Náluk az őselem az egység, amelyből minden szám, azaz minden dolog ered. Minden létezőnek száma van, minden viszony számviszonyokkal fejezhető ki. Felfedezték, hogy a zenei harmónia kifejezhető számviszonyokkal, és ezt kiterjesztették az egész világra. Püthagorasz nevezte el a világegyetemet kozmosznak (szép rend). Több számelméleti problémájuk is e számmisztikához kötődik.

Az egyes számoknak különleges jelentést tulajdonítottak. Az egy nem igazi szám, hanem az egység, amelyből a többi szám származik. Az egy a lényeg száma. A kettő az első női szám, az ellentét száma. A három az első férfi szám és a harmónia jelképe, mert az egység és a különbözőség összege. A négy az igazság száma, mert a különbözőség önmagával való szorzata. Az öt a házasság jelképe, mert az első női és férfi szám összege. A hat a teremtés száma, mert Isten ennyi nap alatt teremtette a világot. A legszentebb szám a tíz volt. Összege volt a világ gyökereinek tekintett 1, 2, 3, 4 számoknak, így a világ teljességét jelképezte.

A szent *tetraktüsz:*



A pitagoreusok ismerték a prímszám, összetett szám, páros és páratlan szám fogalmát. A számokat különböző formákban rakták ki kavicsokkal. Így jutottak el a figurális számokhoz. Fehér és fekete kavicsokkal felváltva rakták ki két sorban a férfi és női számokat, így jutottak el a páratlan és páros számok fogalmához. Azokat, amelyek kirakhatók két ugyanannyi kavicsot tartalmazó sorba, felezhetőknek (páros számnak) nevezték. A többi szám pedig nem felezhető (páratlan szám). Ezt a módszert folytatva adódnak a vonalszámok és a síkszámok. Az előzőek nem bonthatók tényezőikre, ezért csak egy sorban rakhatók ki (prímszámok). A síkszámok két tényezőre bonthatók, ezért kirakható téglalap alakban (összetett számok). A téglalap számok közül azokat, amelyek két egyenlő tényező szorzatára is bonthatók (vagyis kirakható négyzet alakban), azok a négyzetszámok. Hasonlóan adódik a köbszám is. Ezeket az elnevezéseket a mai napig használjuk.

Figurális módszerrel kerestek püthagoraszi számhármasokat is. Írjuk egymás alá a négyzetszámokat és a páratlan számokat:

1 4 9 16 25 36 49 64 81 100

1 3 5 7 9 11 13 15 17 19

Az alsó sor minden négyzetszáma a fölötte lévő kettővel együtt püthagoraszi számhármas.

Ők vezették be a tökéletes számok és a barátságos számpárok fogalmát is. Tökéletes az a szám, ami előáll az osztóinak összegeként, a számot nem beleértve.

A legkisebb ilyen szám a hat. ($6 = 1 + 2 + 3$). A tökéletes elnevezés azért van, mert Isten hat nap alatt teremtette a világot.

(Megjegyzés: Euklidész bebizonyította, hogy ha $2^n - 1$ prímszám, akkor $2^{n-1} \cdot (2^n - 1)$ tökéletes. Később Euler megmutatta, hogy minden páros tökéletes szám ilyen alakú. Ma sem tudjuk, hogy létezik-e páratlan tökéletes szám. Jelenleg összesen 27 darab tökéletes számot ismerünk, a legnagyobb 13395 számjegyből áll.)

Barátságos az a számpár, ha az egyik előáll a másik részeinek összegeként és viszont. Az első ilyen számpár a 220 és 284.

(Megjegyzés: A következő számpárt (17296 és 18416) Fermat találta. Euler újabb hatvan számpárt talált. Érdekes, hogy növekvő sorrendben a második számpárt (1184 és 1210) egy tizenhat éves olasz diák találta meg 1866-ban. Ma már minden 10^9-nél kisebb barátságos számpárt ismerünk.)

Vizsgálták a számok oszthatóságának kérdését is. A püthagoreusok a zene és arányok tanulmányozása után a következő közepeket és aránypárokat használták:

1. Számtani közép: $A = \frac{m+n}{2}$

2. Mértani közép: $G = \sqrt{m \cdot n}$

3. Harmonikus közép: $H = \frac{2 \cdot m \cdot n}{m+n}$

4. Zenei aránypár: $\frac{m}{A} = \frac{H}{n}$

5. Tökéletes aránypár: $\frac{A}{G} = \frac{G}{H}$

6. Aranymetszés: $\frac{n}{m} = \frac{m}{n+m}$

A püthagoreusok filozófiájára döntő csapást hozott, amikor felfedezték, hogy két szakasz nem minden esetben összemérhető. Erre két kérdés kapcsán jöttek rá:

1. Milyen arány van egy négyzet oldala és átlója között? ($\sqrt{2}$)

2. Milyen arány van egy kör kerülete és átmérője között? (π)

Az első kérdés megoldhatatlanságára éppen Püthagorasz tétele vezette rá őket. Az összemérhetetlen szakaszok létezése azt is jelenti, hogy a szakaszok halmaza bővebb a számok halmazánál. Jelentőségét ők is azonnal felismerték, de hosszú időn keresztül titokban tartották. Amikor Hippaszosz (i.e. 450 körül) elárulta a titkot, kizárták a pitagoreusok szövetségéből és megölték. A pitagoreusok számainak „mindenhatósága" véget ér, ha összemérhetetlen szakaszok arányát kell meghatározni.

(Megjegyzés: Az irracionális szám definíciója oldotta meg a kérdést több mint kétezer évvel később.)

Ez a tény vezetett az aritmetika és a geometria szétválásához, mégpedig úgy, hogy a görög matematikában a geometria került vezető szerepkörbe.

Egyéb történetek

Egy ismert történet szerint Krotón i. e. 510-ben Püthagorasz segítségével győzte le ellenségét, a szomszédos Szübarisz városát. Szübarisz lovassága állítólag nemcsak félelmetes volt, hanem híres volt arról is, hogy fuvolaszóra minden ló gyönyörűen, ágaskodva táncolt. Püthagorasz tanácsára a krotóni kémek megtanulták a lovakat táncoltató zenét, és betanítottak erre egy egész zenekart. Amikor szübariszi lovasság támadásba lendült, a krotóniak zenélni kezdtek, és könnyűszerrel leöldösték a táncoló lovakat és lovasaikat. Annyi bizonyos, hogy Krotón i. e. 510-ben valóban elfoglalta Szübariszt, de nem valószínű, hogy fuvolazenekaruk mérte volna a döntő csapást.

Hogy Püthagoraszt mekkora tisztelet övezte, azt egy római szófordulat szemlélteti a legjobban: *„ipse dixit”* („Ő maga mondta!”) A rómaiak szerint e fordulat görög megfelelőjét *(authos ephe)* a püthagoreusok használták, ha a Mester valamilyen kijelentésének megfellebbezhetetlen igazságát akarták hangsúlyozni.

Életét és halálát is számos legendával vették körül. Arisztotelész megemlíti, hogy Püthagorasz képes volt ugyanannak a napnak ugyanabban az órájában több helyen is tartózkodni: *„sok ember látta őt egyidejűleg Metapontionban és Krotónban is. Olümpiában a játékok idején fölállt a színházban és megmutatta, hogy az egyik lába aranyból van.”*

Halálának állítólagos körülményeit pedig Diogenész Laertiosz jegyezte fel: *„Püthagorasz a következőképp fejezte be életét: barátainak körében ült Milón házában. Akkor valaki azok közül, akiket nem engedtek a színe elé, bosszúból felgyújtotta a házat. Egyesek azt mondják, maguk a krotóniak tették ezt, akik mentek akartak maradni a türannosztól. Püthagoraszt rajtakapták amint menekült. Egy babbal teli mezőre ért, itt megállt és azt mondta, jobb kézre kerülni, mint eltaposni, jobb elveszni, mint beszélni. És így megölték üldözői.”*

Más elbeszélések szerint (Hermipposz) Püthagorasz úgy halt meg, hogy miközben menekült a szürakusziak elől egy babföldhöz ért, amelyre azonban nem volt hajlandó rálépni, így inkább kikerülte. Ez idő alatt érték utol a szürakuszai katonák.

Ugyancsak Diogenész jegyezte fel Hermipposz következő beszámolóját: Püthagorasz egy földalatti házat készített magának, majd meghagyta az anyjának, hogy amíg ő odalenn tartózkodik, jegyezze fel az eseményeket, az időpontot is megjelölve, majd juttassa le hozzá. Idő elteltével, lesoványodva feljött a felszínre és azt mondta az alvilágból jött. Miután felolvasta az eseményeket, amiket az anyja titokban leírt neki, az emberek annyira meghatódtak, hogy sírva fakadtak és asszonyaikat is átadták neki. Hermipposz szerint ezeket az asszonyokat püthagoreus nőknek (Pythagorikasz) hívták.

Neki tulajdonított idézetek

Állítólag minden egyes beszédét, előadását a következő sablonnal indította: *A levegőre, amit belélegzek, a vízre, amit iszom, nem tűrök el semmilyen ellenvetést azzal szemben, amit mondandó vagyok!* Előadásait is „lefüggönyözött" állapotban tartotta, ő maga nem volt látható, csak hallható.

Mivel önmagát félistennek tartotta, állítólag a következő kijelentést tette: *„Vannak emberek és istenek s olyan lények, mint Püthagorasz".*

Iskola

Miután a krotóni iskola alapításáról beszámolt, Dikaiarkhosz a következőket írta Püthagorasz tanításairól: *„először is [azt tanította], hogy a lélek halhatatlan és hogy átalakul az élő dolgok más fajaivá; továbbá, hogy ami létrejön, az újra megszületik határozott ciklikus folyamatban, lévén, hogy semmi sem tökéletesen új; végül, hogy minden dolgot, ami élőként jön a világra, rokonunkként kell kezelni."* Mivel hite szerint az ember akár állat formájában is újjászülethet, gyakran prédikált az állatoknak is.

Az ókori forrásokból a püthagoreus iskola képe a következő: Egy szigorú életelvekhez (például részleges vagy teljes vegetarianizmus) és kemény felvételi feltételekhez kötött iskola. A beavatottság foka szerint „körökre" osztott, elitista és arisztokratikus jellegű szervezet, melynek Püthagorasz feltétlen irányítója volt. Külsőségei (és vélhetően nem csak a külsőségei) leginkább a misztériumvallásokra emlékeztettek. Nők és férfiak számára egyaránt nyitva állt.

Állítólag csodákat tett, démonokkal társalkodott, és annyira karizmatikus személyiség volt, hogy az első nyilvános krotóni tanítása után hatszázan csatlakoztak testvériségéhez anélkül, hogy akár csak a családjuktól elbúcsúztak volna.

Iamblikhosz szerint a püthagoreusok közösen étkeztek, testgyakorlatoztak, olvastak és hallgattak filozófiai előadásokat, tanításokat. Az iskola hallgatóit, ahogyan az abban a korban nem volt ritka, a beavatottság foka szerinti *körökre* osztották. A külsőbb tanítványok, az ***akuszmatikus***ok nem részesülhettek minden tudásban, ez a belsők, a ***mathématikus***ok kizárólagos joga volt. A legbelsőbb körökhöz tartozók öt év tanulás után állítólag beszélhettek is a mesterrel, de csak úgy, hogy annak alakját egy függöny rejtette előlük. Sokak életük végéig nem részesülhettek ebben a megtiszteltetésben.

Az iskola életében fontos szerepet kapott a zene. A tanulók rendszeresen énekeltek közösen, lantot használtak egyes testi és lelki betegségek gyógyításához, alvás előtt verseket mondtak.

A püthagoreus iskola közös intézmény lévén, nem mindig világos, felfedezéseik és tanításaik közül melyek személy szerint Püthagoraszéi és melyek tanítványaiéi.

Püthagorasz számos önmegtartóztatási szabályt írt elő követőinek. Ezek többsége olyan rituális óvintézkedésekre emlékeztetnek, amelyek a korabeli görög misztérium-kultuszokban gyakran voltak jelen. Más estekben – Arisztotelész elemzése szerint – közkeletű hiedelmek (pl. a leesett falat vagy a kenyér ilyen) vagy barbár szokások átvételéről van szó.

A következő püthagoraszi önmegtartóztatási szabályokat (un. *szümbolonokat*) ismerjük. A magyarázatok Arisztotelésztől és Porphüriosztól származnak:

- *Tartózkodj a lóbabtól!*
- *Ami leesett az asztalról, azt nem szabad fölvenni.* – Hogy mértékletességre szoktassák magukat az evésben.
- *Ne törd meg a kenyeret!* – Mert régen a barátok egyetlen kenyéren éltek.
- *Ne éleszd a tüzet vassal!* – Ne ingereld éles szavakkal, aki bőszült és haragvó.
- *Fehér kakast ne érints!* – Mivel ez az állat a Hónapnak van szentelve és oltalomkereső.
- *Ne egyél szívet!* – Ne szomorítsad magad bánattal.
- *Ne ülj napi adag gabonádon!* – Ne ülj tétlen.
- *Nem szabad szent halat érinteni!* – Nem szabad ugyanazt feltálalni az embereknek, amit az isteneknek.

- *Ne lépj át igán!* – Ne légy kapzsi.
- *Ne tépj koszorút!* – Ne sértsd meg a törvényeket, amelyek a koszorúi a városnak.
- *Ne nézz hátra távozódban!* – ne ragaszkodj az élethez, amikor haldokolsz.

Babonáknak tekintett akuszmaták:

- *Soha ne vizelj a Nap felé fordulva!*
- *Kotord meg a hamut, amikor a fazekat leveszed a tűzről!*
- *Ne hagyd a tested nyomát az ágyadon, miután felkelsz!*
- *Köpj a lenyírt hajadra és körmödre!*
- *Ha cipőt húzol, a jobb oldalival kezdjed, a lábmosást a ballal!*

A püthagoreusok világszemlélete alapjaiban vallásos jellegű. Ez felismerhető nemcsak pedagógiai és orvosi tevékenységükben, de zenei felfogásuk alakulásában is. Vallásos szemléletük abban nyilvánul meg, hogy az emberi lelket a testtől elkülönülő, önálló létezőnek tartották, az emberi személyiség értékesebb felének. Kidolgozták a *lélek megtisztulásának* tanát. Náluk ölt határozott formát a lélek halhatatlanságának tana és az az elképzelés, hogy az emberi léleknek is megvan ez a korábban csak az isteneknek tulajdonított kiváltsága.

Bizonyos, hogy a püthagoreus filozófiában alapvető szerepet játszott a szám fogalma. Arisztotelész szerint: "A püthagoreusok a matematikára vetették magukat, s az elsők voltak, akik előbbre vitték ezt a tudományt, sőt annyira beleélték magukat, hogy ennek elveit gondolták a létező dolgok alapelveinek is. Mivel pedig a matematikában a természet szerint a számok az elsők, azt hitték, hogy a számokban sokféle hasonmását találják a létező és keletkező dolgoknak, ... ők ugyanis az egyik számbeli állapotban az igazságosságot, a másikban lelket és értelmet ... és így tovább, pillantották meg - s mivel a harmónia természetét és okát is a számokban látták meg, ... a számok pedig az egész természetben az elsők, ennél fogva arra a gondolatra jöttek, hogy a számok elemei egyúttal minden létező valóságnak is az elemei, és az egész égi világrend harmónia és szám. ... S ha valahol hiányzott valami, mindenáron azt igyekeztek elérni, hogy elméletük összefüggő egésszé legyen - úgy értem ezt, hogy mivel pl. szerintük a tízes tökéletes szám, amely a számok egész természetét magába foglalja, ezért az égi bolygók számát is tíznek mondották."

Kozmológia

A püthagoreusok mindenütt a rendet keresték, mely az összhang forrása. A világmindenség összhangját is a zenei harmónia mintájára képzelték el. Minthogy csillagászati eszközeik nem voltak, az okoskodáshoz folyamodtak. Megfigyelték például, hogy földi testek mozgásuk közben zajt adnak. Ebből arra következtettek, hogy az égitestek mozgása is zajjal vagy inkább harmonikus hangokkal jár. Többségük a Földet tekintette a kozmosz középpontjának, de akadtak az iskolának olyan tagjai is, akik ettől eltérő felfogást vallottak. Ezek szerint nem a Föld és nem is a Nap a középpont, hanem egy úgynevezett Központi Tűz, e körül kering a Föld, az Ellenföld, a Hold, a Nap, a többi öt bolygó és az állócsillagok.

Filozófiai rendszer

Úgy vélte, hogy a jelenségek alapjában mindenhol aritmetikai, illetve geometriai törvényszerűségek állnak, és a való világ jelenségei csak ezek többé-kevésbé tökéletlen kifejeződése: minden mulandó, csak a számok örökkévalók. Azt tartotta, hogy a világon minden viszony kifejezhető természetes számok arányaival, illetve összegzésével, ezért a püthagoreusok minden jelenségben ezeket az arányokat próbálták meg fölfedezni.

Mivel ezeket az összefüggéseket a zenében sikerült egzakt módon bizonyítani, a püthagoreusok előszeretettel tekintettek mindent – ide értve még az emberi testet is – egy-egy fajta hangszernek, ezért a pszichoterápia legősibb formájaként a lélek bajait is zenével gyógyították: a pácienst sípok és dobok hangjával a kimerült összeesésig tartó, tébolyult táncra kényszerítették.

Mivel minden mindennel arányos, szükségképpen az égitestek mozgásának is arányosnak kell lennie. Püthagorasz világának közepén a gömb alakú Föld lebeg, és körülötte keringenek egy-egy kerékre, azaz *szférára* erősítve a bolygók, valamint a Nap és a Hold. A szférák forgása suhogó neszt, egyfajta zenei hangzást kelt: ez volt a szférák harmóniája (amit magyarul, eltorzítva „a szférák zenéjeként” szoktunk emlegetni). Ezt a világon egyedüliként Püthagorasz állítólag hallotta is.

Ebben a rendszerben a Naprendszer afféle hatalmas lant, aminek a húrjai körkörösek, az egyes égitestek távolságai pedig arányosak: a Föld és a Hold zenei hangköze egy nagyszekund, a Merkúr és a Hold, illetve a Merkúr és a Vénusz között pedig egy-egy kis szekund van. A Vénusz és a Nap között kis terc, a Mars és a Jupiter között kis szekund. A Jupiter és a Szaturnusz között úgyszintén kis szekund, végül a Szaturnusz és az állócsillagok szférája között ismét egy kis terc távolságot tételezett fel. (lásd még: Titius–Bode-szabály).

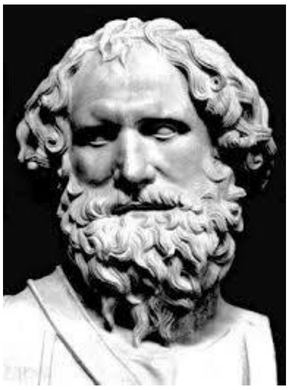
Nehéz lenne túlértékelni Püthagorasz tudománytörténeti jelentőségét. Amint arra Arthur Koestler rámutat: „az a gondolat, hogy a bölcsesség és a hatalom kulcsa egyaránt a számokban rejtőzik, egyetlenegy, Európán kívüli civilizációban sem bukkant fel soha”.

Mivel Püthagorasz hitt a világ alapvető zeneiségében, életszemlélete igen közel állt Orpheusz híveiéhez, az úgynevezett orfikusokhoz. (Tőlük vette át például a hús- és babfogyasztás tilalmát is.)

Bizonyosnak látszik, hogy személyesen fedezte fel a rezonancia alaptörvényét, miszerint a hang magassága a rezgő húr hosszának függvénye. Felismerte, hogy az akkordok hangközeit a húrhosszok számarányaival fejezhetjük ki: a **2:1 arány** (fele hossz) az **oktáv**nak, a **3:2** a **kvint**nek, a **4:3** a **kvart**nak felel meg. Ezekben az arányokban egyszerű természetes számok szerepelnek. Ez volt az első olyan eset a tudomány történetében, amikor a gyakorlati tapasztalatokat sikerült matematizálni.

Szinte bizonyosan ő ismerte fel, hogy a *Phószphorosz*nak nevezett **Hajnalcsillag** és a *Heszperosz*, azaz **Alkonycsillag** ugyanaz az égitest: az **Esthajnalcsillag**, amit ma **Vénusz** néven ismerünk.

2.3. Arkhimédész (i.e. 287-212)



Szürakuszában született és ott is halt meg. Szicíliai görög természettudós, matematikus, mérnök, fizikus, csillagász, filozófus. Néhány matematikatörténész őt tartja a legnagyobb ókori matematikusnak, Gauss a három legnagyobb között tartotta számon.

Fiatalabb éveiben, Egyiptomban, Alexandriában élt, és valószínűleg kapcsolatot tartott az alexandriai tudósokkal. Itt ismerkedett meg és barátkozott össze egyebek között Eratoszthenésszel (az alexandriai könyvtár igazgatója). Tudományos eredményeiről nagyrészt kettejük baráti-tudományos levelezéséből tudunk.

Pár év múlva visszaköltözött rokona, II. Hierón szürakuszai király udvarába, itt élte le élete hátralevő részét. A második pun háborúban, amikor a Marcellus konzul vezette római hadak megostromolták Siracusát, Arkhimédész ötletes gépezeteket szerkesztett, és a védők döntően ezeknek köszönhetően két évnél is tovább meg tudták tartani a várost, ami végül csak árulás eredményeként esett el. A gépek különösen a római hajóhadnak okoztak nagy veszteségeket.

Tanulmányai több könyvben is fennmaradtak. Három geometriai munkája: 1. A körmérésről. 2. A parabola kvadratúrájáról. 3. A spirálisokról. További két műve térgeometriával foglalkozik. Két fizikai könyve ismert: 1. A síkidomok egyensúlyáról. 2. Az úszó testekről. Nagyszerű aritmetikai munkája: A homok megszámlálásáról.

Mint már említettük, az alfabetikus számírásban – a helyi érték és a nulla hiányában – nagyon nehéz volt számításokat végezni. Ezért a görögök szinte át sem lépték a tízezres számkört. Arkhimédész kidolgozott egy módszert, amely lehetőséget adott a természetes számok korlátlan folytatására. Olyan számrendszert épített ki, amely a tízes alapra épül. Csoportosítási módszerének kulcsszáma 10^8 (oktád=nyolc) volt:

$$\left.\begin{array}{c} 1-10^{8}\ \textit{első oktád} \\ 10^{8}-10^{8\cdot 2}\ \textit{második oktád} \\ \cdots \\ 10^{8\cdot(10^{8}-1)}-\ 10^{8\cdot 10^{8}}\ \textit{oktádadik oktád} \end{array}\right\}\textit{Első periódus}$$

$$\left.\begin{array}{c} 10^{8\cdot 10^{8}}-10^{8\cdot 10^{8}+8}\ \textit{első oktád} \\ 10^{8\cdot 10^{8}+8}-10^{8\cdot 10^{8}+8\cdot 2}\ \textit{második oktád} \\ \cdots \\ 10^{8\cdot 10^{8}+8\cdot(10^{8}-1)}-\ 10^{2\cdot 8\cdot 10^{8}}\ \textit{oktádadik oktád} \end{array}\right\}\textit{Második periódus}$$

$$\cdots$$

$$\left.\begin{array}{c} 10^{8\cdot 10^{8}\cdot(10^{8}-1)}-10^{8\cdot 10^{8}\cdot(10^{8}-1)+8}\ \textit{első oktád} \\ 10^{8\cdot 10^{8}\cdot(10^{8}-1)+8}-10^{8\cdot 10^{8}\cdot(10^{8}-1)+8\cdot 2}\ \textit{második oktád} \\ \cdots \\ 10^{8\cdot 10^{8}\cdot(10^{8}-1)+8\cdot(10^{8}-1)}-\ 10^{10^{8}\cdot 8\cdot 10^{8}}\ \textit{oktádadik oktád} \end{array}\right\}\textit{Oktádadik periódus}$$

Ezek után rátért a világegyetemben lévő homokszemek megszámolására. Arisztarkhosz a világegyetem középpontjának a Napot, sugarának a Nap és az állócsillagok távolságát tekintette. Arkhimédész szerint ez a sugár annyiszor nagyobb a Nap-Föld távolságnál, mint ahányszor az utóbbi nagyobb a Föld sugaránál. A világegyetem sugarára így 10^{10} stadiont kapott. Megbecsülte egy homokszem nagyságát és kiszámította, hogy a világegyetemben 10^{63} homokszem fér el. A munka legnagyobb érdeme, a végtelen nagy szám gondolata. Ezek után érthetetlen, hogy nem alkotta meg a helyi értékes számrendszert.

Ezt a munkáját Apollóniosz bírálta, mire Arkhimédész egy feladattal válaszolt neki. Mint már említettük, a pitagoreusok használták a figurális számokat (háromszög szám, négyzetszám). A feladat a következő:

„ Ha ilyen jól ismered a nagy számokat, akkor számold össze a marhákat! Mennyi szarvasmarha legelt valaha Szicília mezein? A marhák színük szerint csoportosulva négy gulyában legeltek, úgymint egy fehér, egy fekete, egy sárga és egy foltos gulya. Mindegyik gulyában pedig a bikák voltak többségben, mégpedig ilyen eloszlásban:

1. A fehér bikák száma egyenlő a sárga bikák száma plusz a fekete bikák $\frac{1}{2}$ *és* $\frac{1}{3}$ része.

2. A fekete bikák száma egyenlő a sárga bikák száma plusz a foltos bikák $\frac{1}{4}$ *és* $\frac{1}{5}$ része.

3. A foltos bikák száma egyenlő a sárga bikák száma plusz a fehér bikák $\frac{1}{6}$ *és* $\frac{1}{7}$ része.

4. A fehér tehenek száma a teljes fekete gulyának $\frac{1}{3}$ *és* $\frac{1}{4}$ része.

5. A fekete tehenek száma a teljes foltos gulyának $\frac{1}{4}$ *és* $\frac{1}{5}$ része.

6. A foltos tehenek száma a teljes sárga gulyának $\frac{1}{5}$ *és* $\frac{1}{6}$ része.

7. A sárga tehenek száma a teljes fehér gulyának $\frac{1}{6}$ *és* $\frac{1}{7}$ része.

Ha ebből kiszámolnád, hogy mennyi bikát és tehenet számlál egy-egy gulya, meglehet, hogy nem vagy járatlan a számok tudományában, de még semmiképp nem sorolhatod magad a bölcs emberek közé. Forgasd tovább elmédet és vedd észbe a következőket is:

8. A fehér bikák plusz a fekete bikák száma együtt négyzetes szám.

9. A foltos bikák plusz a sárga bikák száma együtt háromszög szám.

Az ókori matematikusok már kiszámolták, hogy az első hét feltételnek eleget tevő legkisebb szám 50 389 082. A nyolcadik és a kilencedik feltétel azonban nagyon megnehezíti a feladatot. Kétezer éven keresztül nem is történt komoly lépés a megoldás felé, egészen 1880-ig. Ekkor egy német matematikus kiderítette és bizonyította, hogy a legkisebb megoldás egy 206545 számjegyből álló tízes számrendszerbeli szám, melynek első négy számjegye:7766. (Ez kb. 30 oldalt tenne ki ilyen karakterméret esetén ebben a könyvben!)

A pontos megoldást 1976-ban találta meg Harry Nelson a Lawrence Livermore Laboratórium munkatársa egy Cray-1 típusú szuperszámítógéppel. Ilyen feladatot, amelyet kétezer év után sikerül megoldani, csak egy matematikai zseni képes kitalálni.

Matematikai szempontból Arkhimédész legfontosabb eredménye, hogy az Eudoxosz által kitalált kimerítési módszert olyan pontosan kidolgozta, ami az integrálszámítás korai felfedezésének tekinthető.

Arkhimédész kiemelkedő számolási készsége megmutatkozik abban is, hogy az irracionális számokat nagy pontossággal meg tudta becsülni. Például $\sqrt{3}$-ra a következő becslést adta:

$$1{,}73202\cdots = \frac{265}{153} < \sqrt{3} < \frac{1351}{780} = 1{,}73205\cdots$$

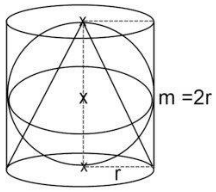
Ez négy tizedesre pontos becslést jelent.

Arkhimédész tudta, hogy a π értékét nem lehet pontosan kiszámítani. Beírt és köré írt szabályos 96 oldalú sokszög segítségével a π-re az alábbi becslést adta:

$$3 + \frac{10}{71} < \pi < 3 + \frac{1}{7}$$

Amikor a rómaiak elfoglalták a várost, Marcellus megparancsolta katonáinak, hogy a nagy tudós életét kíméljék meg, de egy légionárius mégis leszúrta a matematikai problémáiba merült 75 éves tudóst. A legenda szerint azzal ingerelte fel a katonát, hogy amikor az összetaposta a homokba rajzolt ábráját, Arkhimédész rászólt: Μη μου τους κύκλους τάραττε, vagyis: *"Ne zavard a köreimet!"*. Marcellus a gyilkost megbüntette, és Arkhimédészt tisztességgel eltemettette.

Sírkőjére azt a tételt vésték, amelyre a legbüszkébb volt. Egy henger térfogatának, a beírt gömb térfogatának és a beírt kúp térfogatának aránya: $V_H : V_G : V_K = 3 : 2 : 1$



V_{henger}:$V_{gömb}$:$V_{kúp}$=3:2:1

Arkhimédész a mérnök

Arkhimédész arról vált széles körben ismertté, hogy Egyiptomban, a földek öntözésére megszerkesztette vízemelő gépezetét, az arkhimédészi csavart. (korábban a parasztok vödrökkel húzták föl a vizet a kutakból.)

Szürakuszai védelmére állítólag olyan gépezeteket tervezett, amelyek egész hajókat emeltek fel kötelekkel (legénységükkel és a rakománnyal együtt). Ehhez alighanem az általa feltalált csigasort használhatta.

A legenda szerint egy római támadást úgy hiúsított meg, hogy tükrökkel felgyújtotta a támadó hajók vitorláit. Arkhimédész megparancsolta a katonáknak, hogy csiszolják fényesre bronzpajzsaikat, majd ív alakban felsorakoztatta őket a rakparton, egy hatalmas parabolatükröt hozva így létre. Aztán a tükör visszaverési szögét beállítva a napsugarakat a támadó római hajókra összpontosítva felgyújtotta azokat.

Arkhimédész a fizikus

Az uralkodó megbízásából azt kellett tisztáznia, hogy tiszta aranyból van-e annak koronája. Arkhimédész rájött, hogy ha vízbe mártja a koronát, akkor a víz szintje annyival emelkedik, amennyi a korona térfogata. A koronát, valamint vele azonos súlyú arany-, illetve ezüsttömböt a vízbe merítve a térfogatok különbözőségéből meg tudta állapítani, mennyi ezüstöt kevert az ötvös a korona elkészítésekor az aranyhoz.

A legenda szerint fürdés közben fedezte fel a felhajtóerőt (Arkhimédész törvénye), aminek örömére kiugrott a kádból, és meztelenül rohant végig az utcán a palotáig azt kiáltozva, hogy „Heuréka!” (megtaláltam).

Arkhimédész jelentőségét nem nagyon ismerték fel az ókorban. Valószínűleg ő és kortársai jutottak el a görög matematikai szigor csúcsára. Sok munkája elveszett, amikor az alexandriai könyvtár kétszer is leégett, és csak latin vagy arab fordításban maradtak fenn egyes művei.

3. A középkor matematikusai

Sajnos a középkorban a matematika szinte semmit nem fejlődött, ezért csak két matematikust szeretnék bemutatni.

3.1. Leonardo Pisano Bigollo (Fibonacci) (1170.-1250.)

A középkor legjobb matematikusa. Leonardo a Toszkánai Őrgrófsághoz tartozó Pisa városállamban, egy kereskedőcsaládban született. Apját Bonacciónak becézték, ami „jó természetű”-t jelent. Leonardo anyja, Alessandra, a gyermek 9 éves korában meghalt. A Fibonacci becenevet, ami a *filius Bonacci,* azaz *Bonaccio fia* kifejezésből ered, halála után kapta.

Leonardo apja, Guglielmo kereskedelmi ügyvivő volt Bugiában (ma Bedzsája, Algéria). Leonardo fiatalkorában apjához utazott, hogy segítsen neki, ennek során ismerkedett meg a hindu-arab számírással. Felismerte, hogy a hindu számjegyekkel az aritmetika egyszerűbb és hatékonyabb, mint a római számokkal. Fibonacci beutazta a Mediterráneumot, hogy a kor vezető arab matematikusainál végezzen tanulmányokat.

1200 körül tért haza utazásaiból. 1202-ben, 32 éves korában adta ki az általa tanultakat *Liber Abaci* címmel (*Az abakusz könyve,* avagy „Könyv a számtanról”).

A könyv egyértelmű újdonsága az új számírás, a helyiértékes írásmód elve:

„Van tíz hindu jel: 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1, 0. Ezen jelek segítségével bármilyen számot fel lehet írni, amit csak akarunk.”

A 459 nyomtatott oldalt tartalmazó könyvének csak az 1228-as kéziratmásolata maradt fenn. A könyv bemutatta az új számrendszer gyakorlati jelentőségét a *lattice multiplication* („háló-szorzás”) és az egyiptomi törtek használatát, alkalmazva mindezt a könyvelésben, súlyok és mértékegységek átváltásában, tőkekalkulációkban, pénzváltásban és más felhasználási területeken. A könyvet jól fogadták és hamarosan sikeres lett. Mindazonáltal a tizedes számok használata csak később vált elterjedtté. Magyarországon 1407-ből van a legrégebbi arab számjegyes írásmód. Több mint 200 év múlva a *Liber Abaci* megjelenése után!

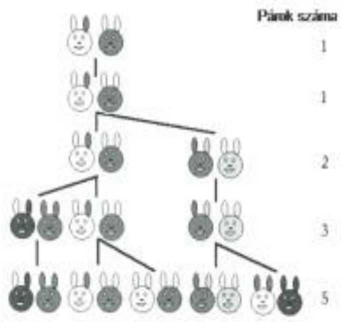
Leonardo szívesen látott vendég volt II. Frigyes német-római császár udvarában, aki kedvelte a matematikát és a tudományokat. 1240-ben a Pisai Köztársaság kitüntette Leonardót és rendszeres fizetést adott neki.

A 19. században szobrot állítottak neki Pisában, ami jelenleg a Camposantóban van, a *Piazza dei Miracoli*-n található történelmi sírkertben.

A nyulak szaporodása

A feladat a következő: Kezdetben van egy pár nyulunk. A pár két hónapos korában válik ivaréretté és életet ad kettő nyúl párnak. A nyulak nem pusztulnak el. Mennyi pár lesz *n* hónap után?

(A feladatot a 6. században már ismerték Indiában, mégis Fibonacci nevét viseli a sorozat.)



A Fibonacci sorozat

A Fibonacci számok: 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, …

A második tagtól kezdve úgy kapjuk a következő tagot, hogy az előtte lévő két számot összeadjuk.

1. Rekurzív sorozat: $F_1 = 1, F_2 = 1,\ F_n = F_{n-1} + F_{n-2},\ ha\, n \geq 2$

2. Binet-formula: A Fibonacci számok zárt alakja.

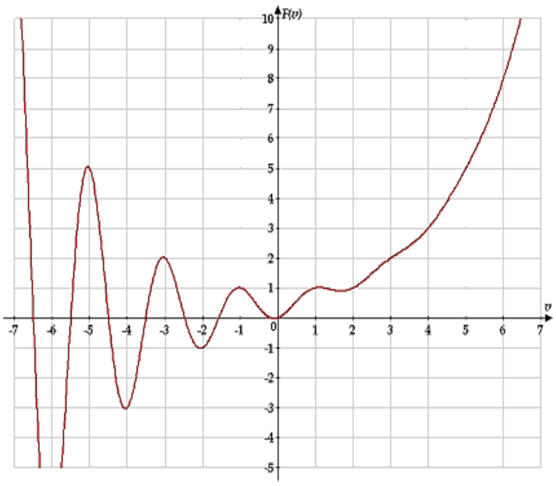
$$F_n = \frac{\left(1+\sqrt{5}\right)^n - \left(1-\sqrt{5}\right)^n}{\sqrt{5} \cdot 2^n}$$

3. A Fibonacci-sorozat leírható lineáris rekurziók kétdimenziós rendszerével:

$$\begin{pmatrix} F_{k+2} \\ F_{k+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} F_{k+1} \\ F_k \end{pmatrix}$$

4. A Binet-formula segítségével a Fibonacci számok kiterjeszthetők sorozatból valós függvénnyé:

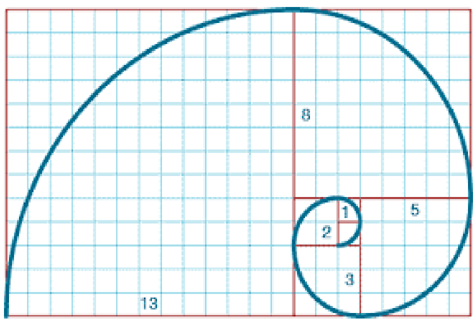
$$F(x) = \frac{1}{\sqrt{5}}\left(\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^x - \left(\frac{2}{1+\sqrt{5}}\right)^x \cdot \cos(x\pi)\right)$$



5. A Fibonacci számokat megzenésítették. Az interneten nézzen utána az érdeklődő Olvasó!

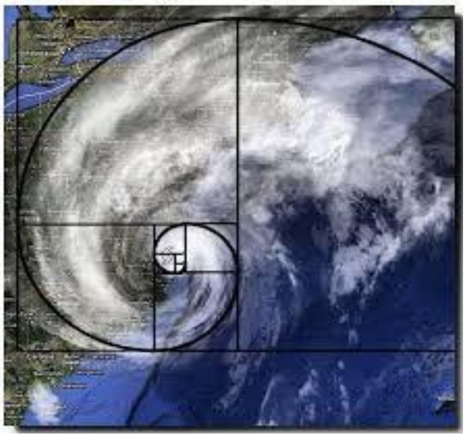
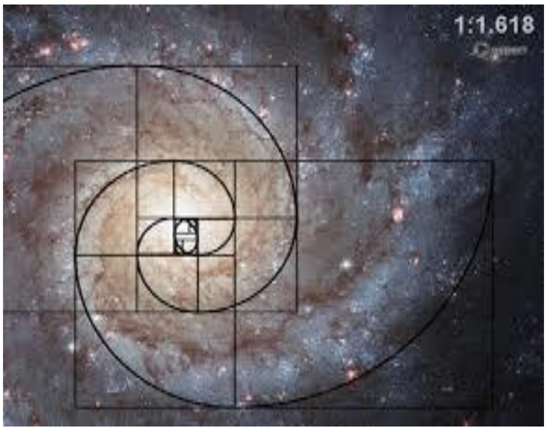
A Fibonacci spirál

Ha a Fibonacci számoknak megfelelő oldalú négyzeteket az alábbi ábra szerint egymás mellé rajzoljuk, majd a csúcsaikat összekötjük,, akkor egy spirált kapunk.

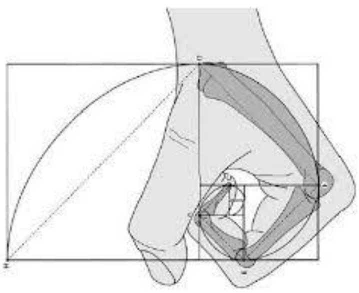
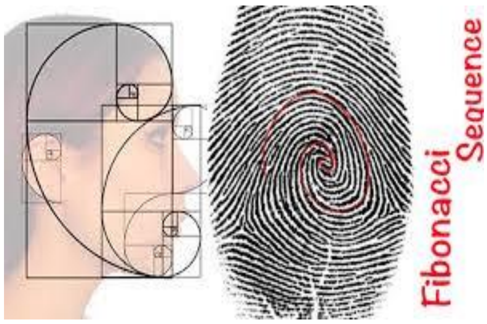


A Fibonacci spirál a természetben



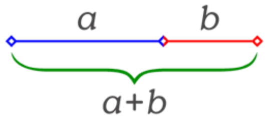



A Fibonacci spirál és az emberi test

Aranymetszés

Feladat: Egy adott szakaszt osszuk két részre úgy, hogy a nagyobb és a kisebb rész aránya egyenlő legyen az adott szakasz és a nagyobb rész arányával.



$$\frac{a}{b} = \frac{a+b}{a}$$

Az arány jele: φ(Pheidiász), kiszámítása:

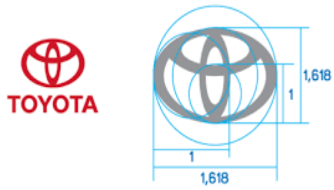
$$\frac{a}{b} = \frac{a+b}{a} \;\rightarrow \frac{a}{b} = \frac{\frac{a}{b}+1}{\frac{a}{b}} \rightarrow legyen\,\frac{a}{b} = \varphi \;\rightarrow \varphi = \frac{\varphi+1}{\varphi}$$

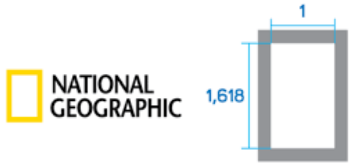
$$\varphi^2 - \varphi - 1 = 0 \;\rightarrow\; \varphi_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$$

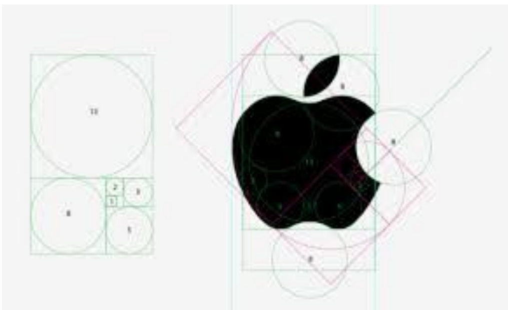
$$\varphi \approx 1{,}61803398874989484820\cdots$$

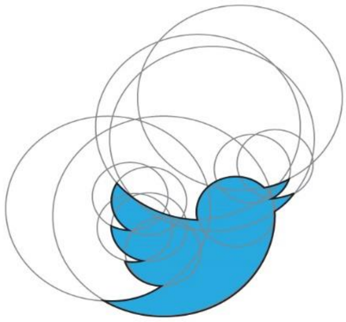
Aranymetszés a művészetben

Aranymetszés a céges logókban



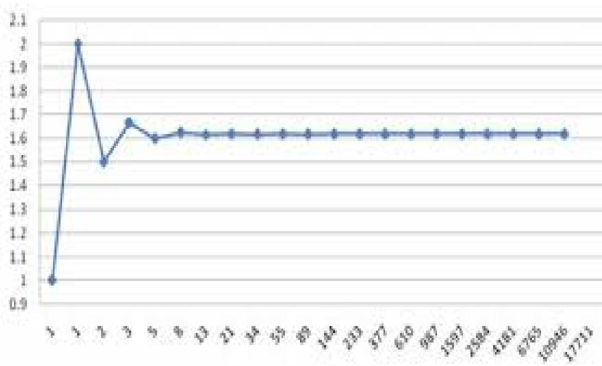






A Fibonacci-sorozat és az Aranymetszés kapcsolata

A Fibonacci sorozatban a szomszédos tagok hányadosa egyre jobban közelíti az aranymetszés arányát.



3.2. Regiomontanus (1436.06.06.-1476.07.06.)

Regiomontanus (születési nevén Johannes Müller von Königsberg) késő-középkori német matematikus, csillagász, asztrológus. Nevének latinos változatát csak jóval halála után kezdték használni. Első ízben Philipp Melanchthon említette így 1531-ben. Regiomontanus udvari csillagászként évekig élt és dolgozott Budán és Mátyás király iránti tiszteletből a budai királyi palotán áthaladó délkört vette alapul csillagászati számításaihoz. Ez volt a *budai délkör*.

Tizenegy éves korában Lipcsébe utazott, ahol 1447 telétől kezdve csillagászatot és matematikát tanult. 1450-ben Bécsbe költözött át, mert a korabeli Közép-Európa legjelentősebb matematikai-csillagászati iskolája ott működött. Bécsben a humanizmus eszméinek hatása alá került tanára, a híres csillagász, Georg von Peuerbach jóvoltából. 1452-ben baccalaureatust, 1457-ben licentiatust szerzett és immár magisteri rangban maga is matematikát oktatott a bécsi egyetemen.

Mesterével Bessarion niceai érsek kérésére Rómába utazott, ahol rábízták Ptolemaiosz *Almagest* című munkájának kritikai fordítását. Peuerbach 1461-ben bekövetkezett halála után Regiomontanus a munkát az itáliai Giovanni Bianchinivel együttműködve fejezte be. A művet utóbb Kopernikusz és Galilei is tankönyvként használták. Ugyanebben az időben keletkezett, és 1553-ban kiadott tankönyvként használatos háromszögekről írott műve; továbbá a görög nyelvű Újszövetség másolata. Rómában is szoros kapcsolatban állt a humanista körökkel.

Mátyás király meghívására a pozsonyi egyetemen adott elő, évi 200 arany fizetéssel. Itt fél évszázaddal Kopernikusz előtt már a Föld mozgását tanította, s azt, hogy miként kell az égboltozat látszólagos mozgását időmérésre használni.

1467-ben Magyarországra utazott. Esztergomban Vitéz János palotájában egyedülálló csillagvizsgálót rendezett be, dolgozószobája mennyezetén a konstellációkkal (égkép-horoszkóp). Ezekből csak az állatöv (zodiákus) csillagképei maradtak fenn, amelyek egy ásatás alkalmával kerültek napvilágra. A hivatalos megbízása, azaz csillagászati táblázatok készítése mellett trigonometriai függvénytáblázatokat szerkesztett. 1469-ben Esztergomban fejezte be *Tabulae directionum profectionumque in nativitatibus multum utiles (Az irányok és eredetek táblái, melyek a születéseknél nagyon hasznosak)* c. munkáját, melynek másolatát a királynak ajándékozta. A király egy pompás köntössel és 800 dukát arannyal jutalmazta meg munkájáért. A munka nyomtatásban többször is megjelent. Két évszázadon keresztül, mint kézikönyv forgott az európai csillagászok körében. Szintén 1469-ben kalendáriumot készített, mely 1473-ban jelent meg német nyelven *Magister Johann von Kunsperk's deutscher Kalender* címen, majd 1475-ben latinul is. Ebből fordíthatták az 1580-ban megjelent kolozsvári magyar kalendáriumot, melynek címlapján ez olvasható: *"a híres neves Király Hegyi János írásaiból magyar nyelvre fordíttatott."*

1471-ben Regiomontanus elhagyta Magyarországot és Nürnbergbe költözött, ahol Bernhard Walther házában nyomdát rendezett be. Műhelye alkalmas volt a bonyolult matematikai és csillagászati számítások jó minőségű előállítására. Felállított továbbá egy csillagvizsgálót, amely a kor viszonyai között igen korszerűnek számított. 1471 és 1475 között Nürnbergben fontos művei jelentek meg:

1. Az 57 éves kalendárium (1475-1531), amely bármely időpontra meghatározta a Nap és a Hold egymáshoz viszonyított helyzetét.

2. Az *Ephemerides astronomicae,* azaz természettudományi évkönyvek (az 1475-1506 közötti évekre).

3. Olyan csillagászati és meteorológiai számításokkal, amelyeket hosszú időn át használtak a hajózás történetében.

1475-ben IV. Szixtusz pápa Rómába hívta, hogy közreműködjék a naptárreformban. Munkája elvégzése előtt meghalt, a hivatalos változat szerint pestisben, de a szóbeszéd szerint mérgezés által. Egyes vélemények szerint a trapezunti Georgiosz (1396-1486) fiai mérgezték meg, amiért apjuk *Almagest*-fordítását Regiomontanus élesen bírálta.

Matematikai és csillagászati munkásságával Johannes Müller Regiomontanus a kopernikuszi világkép egyik szellemi előfutára volt. Ugyanakkor a reneszánsz humanizmus tipikus képviselője, aki az ókori örökség felhasználásával törekedett a jelenkor tudományos ismereteinek bővítésére.

Esztergomi munkásságának emlékére 1986-ban emléktáblát avattak neki a Magyar Nemzeti Múzeum Esztergomi múzeuma bejáratánál, valamint egy utca van róla elnevezve a városban.

4. A 16. és a 17-ik század matematikusai

Ebben a korban kezdődött meg a matematika különböző területeinek az elkülönülése. Kialakult az analitikus geometria, az analízis. Az egyenletek ismeretleneit kiszámító elemi matematika átadta a helyét a változókat tartalmazó függvények vizsgálatának. Ez a változás azzal járt, hogy a 17-ik század végére a matematikát már nem lehetett komoly előtanulmányok nélkül megérteni. Lejárt a matematikával kedvtelésből foglalkozó „amatőrök” ideje.

Nem véletlen az sem, hogy matematika és a filozófiai racionalizmus nagyon közel került egymáshoz. Ekkor a legnagyobb matematikusok, mint Descartes, Pascal, Newwton, és Lebniz, egyben a legnevesebb filozófusok is voltak.

Ezekben az években a matematika nemcsak a filozófiával, hanem a fizikával is szoros kapcsolatba került. A három tudományágnak az összefonódása az egyik titka a korszak nagy eredményeinek.

A 17-ik században a matematikai kutatás szervezeti formái is megváltoztak. Az egyetemek szerepét átvették a tudományos akadémiák. (Nápoly 1560, Róma 1603, London 1662, Párizs 1666, Berlin 1700, Szentpétervár 1725)

4.1. Niccolo Fontana (Tartaglia) (1499.?-1557.12.13.)

Olasz matematikus, erődítményeket tervező mérnök, földmérő és a Velencei Köztársaság könyvelője. Több könyve jelent meg, köztük Arkhimédész és Euklidész első olasz fordítása. Tartaglia volt az első, aki a matematikát alkalmazta az ágyúgolyók pályájának tanulmányozására.

Niccolo Fontana 1499-ben született az itáliai Brescia városában. Egy szegény lovasküldönc fia, aki édesapját hatéves korában elveszti, s így árvaságra jut. 1512-ben a Brescia városában fosztogató és gyilkoló francia zsoldosok elől a nők és a gyerekek egy templomba menekültek. Ide menekült Niccolo is az édesanyjával. Azt hitték, hogy a templomban menedéket lelnek, de a söpredék a templomba is betört, és kegyetlenül kaszabolta, öldöste az ott levő nőket és gyermekeket. Így kapott a kisfiú is több kardvágást, amelyek egyike az arcát érve felhasította a száját. Túlélte a vérengzést, de ettől fogva nehezen beszélt, hebegett. Kortársai ezért ragasztották rá a *Tartaglia* (dadogó) csúfnevet. Ez annyira rajta maradt, hogy a matematikatörténet ma is gyakran így emlegeti. A nálunk Pascal-háromszög néven ismert elrendezést például az olasz iskolákban mind a mai napig Tartaglia háromszögének nevezik.

Nem kapott rendszeres iskolai képzést, édesanyjának csak arra telt, hogy fiát 14 éves korában 15 napig járassa iskolába. De Fontana 23 éves korában már matematikával kereste a kenyerét. Önállóan tanulta a matematikát és a latint, amely a tudomány nemzetközi nyelve volt. Számolómesterként pedig a hozzá forduló iparosok, építészek és kereskedők gyakorlati számítási problémáit oldotta meg, és így legalább akkora hírnév és megbecsülés övezte, mintha egyetemi katedrája lett volna.

Életében különösen jelentős volt Euklidész *Elemek* című művének kiadása 1543-ban. Ez volt az első modern európai nyelvre való fordítás. Két évszázadon keresztül Euklidészt arab közvetítéssel készült két latin fordításból tanították, de ezek hibát tartalmaztak az V. könyvben. Tartaglia kiadása Zamberti latin fordításán alapult, amely egy hibátlan görög szövegből készült.

A matematikatörténetbe Fontana a harmadfokú egyenlet általános megoldási módszerének - egyik - fölfedezőjeként írta be a nevét.

Először *Scipione del Ferro* (1465-1526) bolognai matematikus találta meg a harmadfokú egyenletek egy csoportjának az általános megoldási eljárását 1515 körül. Ő az

$$x^3 + bx = c, \qquad ahol\ b > 0\ és\ c > 0$$

alakú egyenletek megoldási eljárását fedezte fel. (Az ilyen harmadfokú egyenletet nevezték del Ferro típusú egyenletnek.) Titkát sokáig megtartotta, csak halála előtt nem sokkal árulta el vejének, *Annibale della Nave* professzornak (aki az utóda lett a bolognai egyetemen). Ezen kívül a bresciai *Antonio Maria Fiore* professzortársával közölte a megoldóképletet.

Akkoriban divatos volt a „matematikai párbaj". A másik problémáit igyekezett a két résztvevő megoldani a tudomány, saját maguk és párfogóik nagyobb dicsőségére. A győztes hírneve nőtt, de a vesztes sem bűnhődött túl szigorúan. Feljegyezték a krónikák, hogy egy esetben például vendégül kellett látnia a győztest és annak 29 barátját. Érthető, hogy a harmadfokú egyenlet megoldásának ismerete az ilyen párbajok során szinte legyőzhetetlenné tette a titok tudóját.

1535-ben del Ferro módszerének ismeretében Antonio Maria Fiore egyetemi professzor matematikai párbajra hívta ki *Tartaglia* számolómestert. Tartaglia tudta, hogy Fiore ismeri az $x^3 + bx = c$ típusú harmadfokú egyenlet megoldóképletét, így arra számított, hogy ellenfele neki is ilyen típusú problémákat tűz majd ki. Ezért gőzerővel látott neki a kutatásnak, és az 1535. február 13-ra virradó éjszaka meg is találta az említett típusú harmadfokú egyenletek megoldásának titkát, néhány nap múlva pedig az $x^3 = bx + c$ (b>0, c>0) típusúakét is.

A Nagy Matematikaverseny 1535. február 22-én zajlott le. Tartaglia két óra alatt megoldotta Fiore valamennyi problémáját, aki viszont egyetlen eggyel sem boldogult ellenfele problémái közül. Így az iskolázatlan számolómester legyőzte kihívóját, az egyetemi professzort, aki ráadásul nem is maga fedezte fel azt a képletet, amit tudott, hanem Scipione del Ferro professzortól tanulta.

Valószínűleg az történhetett, hogy Fiore $x^3 + bx = c$ típusú egyenleteket tűzött ki, míg Tartaglia $x^3 = bx + c$ típusú egyenleteket adott fel a professzornak. Ő mindkét változattal elboldogult, míg Fiore csak a saját maga által kitűzött típussal. Érdekes lenne megtudni a Nagy Matematikaverseny problémáit, de arról nem hallottam, hogy ezek fennmaradtak volna.

Megemlítem azért, hogy a harmadfokú egyenlet általános megoldóképletét nem Ferroról, és nem Tartagliaról, hanem *Girolamo Cardano-ról* (1501-1576) nevezték el. Ő a Tartagliatól megtudott megoldóképletet nem tartotta tovább titokban, hanem *Ars magna sive de regulis algebraicis* (A nagy tudomány, azaz az algebra törvényeiről) című, 1545-ben Nürnbergben megjelent művében közzétette az eredményt. Becsületesen leírja könyvében, hogy a harmadfokú egyenlet megoldóképletét ő Tartagliatól hallotta.

Tartaglia arról is híres, hogy megadta a tetraéder térfogatát (Tartaglia képlete) a négy csúcsa közötti távolságok függvényében. Ez *Hérón* képletének általánosítása.

4.2. Pierre de Fermat (1601.08.20.-1665.01.12.)

Francia jogász, a toulouse-i fellebbviteli bíróság tagja. Ő az utolsó „amatőr” matematikus.

Beaumont-de-Lomagne-ban született, Toulouse-tól 58 kilométerre, északnyugatra. Castres-ban, Toulouse-tól 79 kilométerre-keletre halt meg. Édesapja tehetős kereskedő volt.

Szabad idejében azonban legszívesebben matematikával foglalkozott. Diophantosz “Arithmetica” című műve inspirálta őt erre elsősorban. Nagy hatással volt rá Marin Mersenne minorita rendi szerzetes és matematikus. Descartes barátja és osztálytársa volt. De még az ő nógatására sem volt hajlandó közzétenni bizonyításait. Fermatnak ugyanis az volt a szokása, hogy leveleiben közölte társaival legújabb felfedezéseit, de a bizonyításokat nem írta le. Fermat a matematika remetéje, titkolódzó zseni volt. Pascallal is csak a kombinatorika és valószínűségszámítás akkor új és izgalmas problémája miatt levelezett. Fermat és Pascal együtt fedezték fel az első valószínűségszámítással kapcsolatos bizonyításokat. Egy időben mind a differenciálszámítás, mind pedig a számelmélet atyjaként emlegették. Figyelemre méltó megfigyeléseket tett az analitikus geometria, a valószínűségszámítás és az infinitezimális számítás területén is.

Mivel jogászi munkája során sokszor fontos helyi ügyekben ítélőbíróként kellett szerepelnie, mindent meg akart tenni pártatlanságának megőrzéséért. Annak érdekében, hogy ne kerüljön társasági kapcsolatba olyanokkal, akik később az elé kerülő peres ügyek szereplői lehettek, egyre jobban belemerült a matematika tanulmányozásába, szinte minden szabad idejét ennek a tárgynak szentelve. Tanulmányai és elért tudása alapján sokszor a legnagyobb műkedvelő matematikusként emlegetik.

A kor matematikusaival nem tartotta a kapcsolatot, bár két angol matematikusnak, Digbynek és Wallisnak rendszeresen írt. A francia Mersenne matematikus szerzetes atyával is levelezésben állt, aki másoknak is közvetítette ötleteit, mint például Blaise Pascalnak, aki később Fermat-val együtt a matematika új ágának, a valószínűségszámításnak alapjait rakta le.

René Descartes és Fermat a 17. század első felének legjelentősebb matematikusai. Fermat Descartes-tól függetlenül felfedezte az analitikus geometria alapját, *"Bevezetés a síkbeli és térbeli helyek elméletébe"* című értekezése már 1636-ban megjelent, Descartes *"Geometriá"*-ja előtt. Blaise Pascallal folytatott levelezésén keresztül pedig a valószínűségszámítás elméletének társfelfedezője.

Fermat egyedül dolgozó ember volt, és mivel ritkán jegyzett fel bizonyításokat vagy magyarázatot arra, hogyan kapta meg az eredményeket, a kortársainak szinte lehetetlenné tette azok megértését. Ugyanakkor előszeretettel jelentette be az újságokban, hogy megoldott egy matematikai problémát, de a megoldás levezetésének leírását nem adta meg, a többiekre hagyva annak kitalálását. Munkáinak nagyobb része csak halála után, 1679-ben, illetve később jelent meg.

Fermat fontosabb eredményei

1. Végtelen leszállás-elve (Descente infinie): Egy új bizonyítási eljárást talált ki. (Huygens kéziratai között 1879-ben találtak egy Fermat levelet, amelyben megtalálható a végtelen leszállás bizonyítási módszer leírása.)

Ez egy indirekt bizonyítási módszer, ami azon alapul, hogy a természetes számok minden részhalmazának van legkisebb eleme.

Általános eljárás: Feltesszük, hogy a bizonyítandó állítás nem igaz, vagyis a szóban forgó egyenlet megoldható a természetes számok halmazán.

Tudjuk, hogy a természetes számok minden részhalmazának, így az egyenlet megoldáshalmazának is van legkisebb eleme. Ebből készítünk egy még kisebb megoldást a feladat és a természetes számok tulajdonságainak felhasználásával. Ez ellentmond annak, hogy a legkisebb megoldásból indultunk ki, tehát az egyenlet megoldhatatlan.

Erre bemutatok egy példát:

Tétel: Az $a^2 + b^2 = 3(c^2 + d^2)$ egyenletnek nincs megoldása a pozitív egész számok halmazán.

Bizonyítás: Mivel 3 osztója $a^2 + b^2$-nek és egy négyzetszám 3-mal osztva 0 vagy 1 maradékot adhat, ezért 3 osztója *a*-nak és *b*-nek is. Ezért $a = 3a_1$ *és* $b = 3b_1$ alakba írható. Ebből:

$$3(a_1^2 + b_1^2) = c^2 + d^2$$

Ezt az eljárást folytatva, egy pozitív egész számokból álló csökkenő és végtelen sorozatot kapunk.

Ez ellentmondás, tehát valóban nincs megoldása az egyenletnek.

2. Kis Fermat-tétel: Ha *p* prímszám és a nem osztható *p*-vel, akkor $(a^{p-1} - 1)$ osztható *p*-vel. Mai jelölésekkel: $a^{p-1} \equiv 1 \pmod p$

Fermat 1636-ban jött rá e tételre, és egy 1640. október 18-i levelében írta meg e felfedezését Frenicle-nek. Az tétel első bizonyítását Gottfried Wilhelm Leibniz adta. Később Euler is bizonyította és általánosította is az állítást.

3. Fermat-számok: $F_n = 2^{2^n} + 1$. Azt hitte, hogy ezek mindig prímszámot adnak, de Euler bizonyította, hogy már $n = 5$ esetén sem igaz.

Az első nyolc Fermat-szám:

$F_0 = 2^1 + 1 = 3$

$F_1 = 2^2 + 1 = 5$

$F_2 = 2^4 + 1 = 17$

$F_3 = 2^8 + 1 = 257$

$F_4 = 2^{16} + 1 = 65537$

$F_5 = 2^{32} + 1 = 4294967297 = 641 \times 6700417$

$F_6 = 2^{64} + 1 = 18446744073709551617 = 274177 \times 67280421310721$

$F_7 = 2^{128} + 1 = 340282366920938463463374607431768211457 = 59649589127497217 \times 5704689200685129054721$

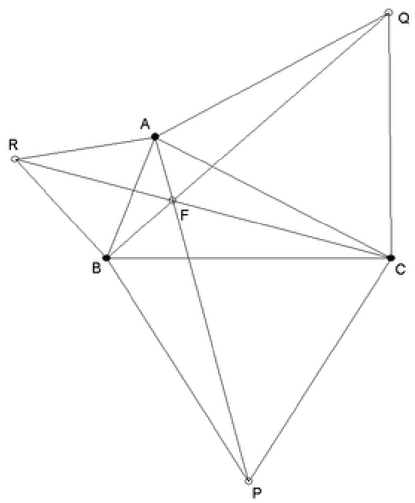
Jelenleg csak az első 12 Fermat-szám prímtényezőkre bontását ismerjük. Prímteszt a Fermat számokra: A Fermat-szám pontosan akkor prímszám, ha teljesül a következő:

$$3^{\frac{F_n-1}{2}} \equiv -1 \pmod{F_n}$$

Sok sejtést lehet a Fermat-számokról felállítani és ezek mindegyike reménytelenül nehéz. Sejtjük, de nem tudjuk bizonyítani, hogy az ismerteken kívül nincs több prím. De még azt sem tudjuk, hogy végtelen sok összetett Fermat-szám van, hogy mind négyzetmentes, vagy akár, hogy végtelen sok négyzetmentes Fermat-szám van.

4. Fermat-elv: Az optikával kapcsolatos Fermat-elv azt mondja ki, hogy a fénysugár egy tetszőleges optikai rendszerben mindig olyan pályát követ, amelyre nézve a kezdő és végpontok közötti terjedési idő extrém, általában a lehető legkisebb értéket veszi fel.

5. Fermat-pont (izogonális-pont): A geometriában az a pont, amit egy háromszög csúcsaival összekötve az összekötő szakaszok együttes hossza minimális. Feladványul adta Evangelista Torricellinek a pont megszerkesztését.



6. Tétel: Minden páratlan prímszám kifejezhető két négyzetszám különbségeként.

7. Tétel: Minden $4k + 1$ alakú prímszám felírható két négyzetszám összegeként. (Ezt Euler bizonyította be.)

8. Tétel: Minden természetes szám felírható legfeljebb négy négyzetszám összegeként. (Ezt Lagrange bizonyította be.)

9. Tétel: Egész oldalú derékszögű háromszög területe nem lehet négyzetszám. (Ezt is Lagrange bizonyította be.)

10. Tétel: Az $x^2 + 2 = y^3$ egyenletnek pontosan egy megoldása van az egész számok halmazán.

11. Tétel: Az $x^2 + 4 = y^3$ egyenletnek pontosan két megoldása van az egész számok halmazán.

12. Tétel: Az $x^4 + y^4 = z^2$ egyenletnek nincs megoldása a pozitív egész számok halmazán, ha $n > 2$.

13. A Nagy Fermat-sejtés:

Az $x^n + y^n = z^n$ egyenletnek nincs megoldása a pozitív egész számok halmazán, ha $n > 2$.

(Ha $n = 2$, akkor a Pitagorasz tételt kapjuk, vagyis végtelen sok megoldás van.)

Érdekességek

1. A Nagy Fermat-sejtés:

„Egy köböt pedig lehetetlen szétbontani két köbre, egy negyedik hatványt két negyedik hatványra, és általában a négyzet kivételével egy hatványt egy ugyanolyan két hatványra. Erre találtam egy valóban csodálatos bizonyítást, de a lapszél túl keskeny ahhoz, hogy befogadja" – ezt jegyezte fel latinul Pierre de Fermat 1637-ben Diophantosz *Aritmetika* c. könyvének margójára. Ez egyben a Fermat-sejtés eredeti megfogalmazása.

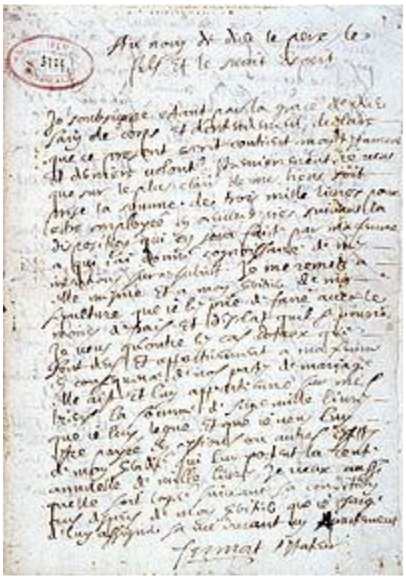
Az eredeti latin szöveg: *„Cubum autem in duos cubos, aut quadratoquadratum in duos quadratoquadratos, et generaliter nullam in infinitum ultra quadratum potestatem in duos eiusdem nominis fas est dividere cuius rei demonstrationem mirabilem sane detexi. Hanc marginis exiguitas non caperet."*

Igazi szenzáció volt, amikor 1993-ban Andrew Wiles (több mint 7 éves) titokban végzett kutatás után a probléma teljes megoldásával állt a hallgatóság elé. A bizonyítás azonban hibásnak bizonyult. A hibát 1994-ben Richard Taylor segítségével sikerült kijavítani.

A bizonyítás során több nagyon „mély" új tételt használtak fel. Ezzel a matematika egyik legnagyobb eldöntetlen kérdése 357 év után megoldódott. A bizonyítás történetéről egy nagyszerű (nem matematikusoknak szánt) könyv is megjelent. Simon Singh: A nagy Fermat-sejtés (Kérem, hogy olvassák el. Nagyszerűen fognak szórakozni!)

Ami Fermat „csodálatos bizonyítását" illeti, az minden bizonnyal egy végig nem gondolt ötlet lehetett, vagy egy hibás gondolatmenet volt. Kizárható, hogy a Fermat-sejtésre valaki egy elemi bizonyítást találjon!

2. Pierre de Fermat 1660. március 4-én írt végrendelete. (Departmental Archives, Haute-Garonne, Toulouse)



3. Emlékmű a Fermat Beaumont-de-Lomagne

4. Toulouse legrégebbi és legtekintélyesebb főiskoláját Pierre de Fermat-ról nevezték el.

5. Egyetemi végzettsége: University of Orléans (jogi diploma)

6. Születési éve: Pierre de Fermat születési ideje bizonytalan, a legújabb kutatások szerint 1607. január 13. és 1608. január 12. között született. Klaus Barner, a németországi Kasseli Egyetem emeritus professzora 2001-ben kiadott tanulmányában korábbi kutatásai alapján kifejtette, hogy az általánosan elfogadott születési időpont nem helytálló.

A Beaumont városának keresztelési anyakönyvében 1601. augusztus 20-án található bejegyzés ugyanis, amely Dominique Fermat termény- és termékkereskedő, később várospolitikus, Piere (egy "r"-rel írt) nevű gyermekére vonatkozik, nem a matematikussá vált fiúról szól.A matematikus más dokumentumokból ismert anyja Claire de Long volt, itt pedig Françoise Cazenove szerepel anyaként. Ő Dominique Fermat első felesége volt, aki Piere gyermekével és egy leányával együtt elhunyt. 1603 és 1607 között Dominique Fermat másodszor is megnősült.

Új felesége, Claire de Long öt gyermeket szült neki, köztük egy fiút, akit ismét Pierre-nek kereszteltek. Beaumont város keresztelési anyakönyvei az 1607 és 1611 közötti időből nem maradtak fenn, így a jelenleg valószínűsíthető születési évet Barner a Pierre de Fermat sírkövén (vagy emléktábláján) szereplő felirat alapján határozta meg, melyet „a toulouse-i Musée des Augustins raktárában” (2010) őriznek.

Eszerint Fermat fia, Samuel, apja sírjának feliratát a következő sorokkal zárta: „Elhunyt 1665. január 12-én, 57 éves korában.” További kutatásai alapján a születés időpontját 1607. október–november hónapokra szűkítette.

7. Diophantosz *Arithmetica* című művének 1670-es kiadása:


DIOPHANTI
ALEXANDRINI
ARITHMETICORVM
LIBRI SEX,
ET DE NVMERIS MVLTANGVLIS
LIBER VNVS.

4.3. Blaise Pascal (1623.06.19.-1662.08.19.)

Francia matematikus, fizikus, vallásfilozófus, teológus. Jelentőset alkotott a fizika, a matematika, a teológia, a filozófia és az irodalom témakörében is. Hozzájárult a természettudományok fejlődéséhez, mechanikus számológépet szerkesztett, megalapozta a projektív geometriát, kidolgozta másokkal közösen a valószínűség matematikai elméletét.

Tanulmányozta a folyadékokat és tisztázta a vákuum és a nyomás fogalmait. A gondolkodásnak és a gyakorlati kísérletek tényadatainak tulajdonított döntő szerepet a tudományos munkájában.

Életrajza

Blaise Pascal 1623-ban született Clermont-Ferrand-ban, édesanyját hároméves korában elveszítette. Apja, Étienne Pascal, nagy humán műveltséggel rendelkező, műkedvelő matematikus, jogász, a clermont-i adóügyi bíróság második elnöklő bírója, később adófelügyelő Rouenban. 1631 novemberében az apa fiával és két leányával, Gilberte-tel és Jacqueline-nal Párizsba költözött. Az édesapa tanította gyermekeit otthon, és korán észrevette Pascal kiemelkedő intellektuális képességeit. A család tudós körökkel érintkezett. Étienne Pascal 1634-től részt vett a Richelieu bíboros által kijelölt bizottságban, amelynek az volt a feladata, hogy értékelje Jean-Baptiste Morin de Villefranche földrajzi hosszúságokat.

Egyszer az apa meglepetten vette észre, hogy Pascal a háromszög belső szögösszegének bizonyításán dolgozott elmerülve, ami Eukleidész 32. tételének felelt meg. Az eset olyan nagy hatással volt az apára, hogy odaadta fiának az Elemeket azzal a feltétellel, hogy csak a szabadidejében tanulmányozhatja. Ez a történet nővérétől, Gilberte-től származik, aki nem állította, hogy öccse bebizonyította Eukleidész valamennyi tételét.

Étienne Pascal, aki 1635-től rendszeresen látogatta Marin Mersenne matematikai körét, az eset után magával vitte fiát is az összejövetelekre. Ezt az ún. *Académia Parisiensist* tekintik a tudományos akadémiák előfutárának. Anti-arisztoteliánus, anti-skolasztikus légkörben folytak a viták és előadások. Christiaan Huygens, Gérard Desargues, Gilles Personne de Roberval, Pierre Gassendi, Thomas Hobbes és más tudósok részvételével. A *Tanulmány a kúpszeletekről* 1640 elején jelent meg. E tanulmány megszületéséhez feltétlenül olvasnia kellett Pascalnak Gérard Desargues értekezését a kúpszeletekről, ami 1639 tavaszán jelent meg, és Descartes *Geometriáját (Értekezés a módszerről)* vagy legalábbis tudott az új módszerről, az algebra alkalmazásáról a geometriában. Pascal nagyon korán kapcsolatba került a kartezianizmus tanításaival.

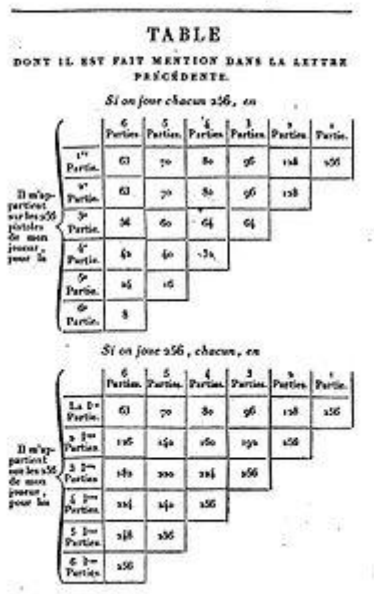
Étienne Pascal vagyona egy részét állampapírokba fektette, és a párizsi városházától kapta járandóságát. 1635-ben a Francia Királyság is hadba lépett Spanyolország ellen. A hadviselés olyan nagy terhet rótt a kincstárra, hogy 1638-ban már nem tudta kifizetni a járandóságokat. A károsultak, közöttük Étienne Pascal, erélyesen, sőt néhányan tettlegesen is követelték jogaikat Pierre Séguier kancellártól. Az elkövetőket a Bastille-ba zárták, Étienne Pascalnak sikerült titokban elhagynia Párizst. Jacqueline, Blaise 12 éves húga verseket és színműveket írt. 1639 februárjában Richelieu azt kívánta, hogy gyerekek adjanak elő számára színdarabot. A kislány bekerült a színjátszó csoportba, az előadás után versben dicsérte a bíborost és azt kérte tőle, hogy hívja vissza édesapját a száműzetéséből. Richelieu Rouenba küldte Pascalt adófelügyelőnek. Pierre Corneille a család barátja lett, és versírásra ösztönözte Jacqueline-t.

Pascal számológépe 1652-ből

1642-ben Pascal mechanikus számológépet tervezett *(pascaline)*, hogy megkönnyítse édesapja munkáját, akinek addig kézzel kellett elvégeznie a hosszadalmas számításokat.

A géppel csak összeadni és kivonni lehetett, de ezek ismétlésével szorozni is osztani is tudott vele a kezelője, és kis ügyességgel gyököt is lehetett vonni. A mintadarab 1643-ban készült el, egy órásmester gyártotta le a fogaskerekeket. Néhány évvel később küldött egy gépet Krisztina svéd királynőnek is. Sokáig úgy tartották, hogy Pascalé volt az első mechanikus számológép, de azóta bebizonyosodott, hogy Wilhelm Schickard nevéhez fűződik az első ilyen szerkezet. A tudománytörténészek között is vita tárgya, hogy melyiket tekintik „elsőnek”.

1646-ban Pascal érdeklődését felkeltette Torricelli kísérlete: ha egy higannyal töltött csövet a szintén higannyal teli hordó felett megfordítanak, kinyitnak, és a hordóba merítenek, a higany a csőben lefelé halad, de egy bizonyos magasságban megáll, és látszólag semmilyen anyag nem tölti ki a cső felső végében keletkezett üres részt. Az akkori tudós világot meglepte és szenvedélyesen foglalkoztatta ez a tapasztalat nemcsak a fizika, de a metafizika szempontjából is. Ha valóban vákuum keletkezik a kísérleti cső felső végében, akkor összeomlik az arisztotelészi fizika világképe, a 17. századi egyetemi oktatás alapja. Étienne Pascal és Pierre Petit, a kikötők és erődítmények felügyelője elvégezték Torricelli kísérletét Rouenban, és azonos eredményt tapasztaltak.



TABLE

DONT IL EST FAIT MENTION DANS LA LETTRE PRÉCÉDENTE.

Si on joue chacun 256, en

Il m'appartient sur les 256 pistoles de mon joueur, pour la

	6 Parties.	5 Parties.	4 Parties.	3 Parties.	2 Parties.	1 Partie.
1re Partie.	63	70	80	96	128	256
2e Partie.	63	70	80	96	128	
3e Partie.	56	60	64	64		
4e Partie.	42	40	32			
5e Partie.	24	16				
6e Partie.	8					

Si on joue 256, chacun, en

Il m'appartient sur les 256 de mon joueur, pour les

	6 Parties.	5 Parties.	4 Parties.	3 Parties.	2 Parties.	1 Partie.
La 1re Partie.	63	70	80	96	128	256
2 1res Parties.	126	140	160	192	256	
3 1res Parties.	182	200	224	256		
4 1res Parties.	224	240	256			
5 1res Parties.	248	256				
6 1res Parties.	256					

Pascal Fermat-nak írt első levele a pont-problémáról (pontok elosztásáról)

Pascal maga is el akarta végezni ezt a kísérletet, de nem higannyal, hanem folyadékokkal, vízzel és borral. 40 láb magas üvegcsöveket rendelt a roueni manufaktúrában. A kísérletet többször és nyilvánosan elvégezte a manufaktúra udvarában.

Az arisztoteliánusok azt állították, hogy levegő hatolt be az üvegcsövek pórusain és az töltötte ki a csövek felső végét. Pascal 1647 októberében az *Az űrre vonatkozó új kísérletek* című kiadványában nyolc egymást követő kísérletét írta le, és úgy fogalmazott, hogy a tapasztalt űr nem abszolút, csupán relatív, és horror vacui marad számára mindaddig, amíg valaki be nem bizonyította az ellenkezőjét.

1646 telén Étienne Pascal lábtörést szenvedett. Két orvosláshoz értő személy gondozta őt három hónapon keresztül. Mindketten a janzenizmus követői voltak. Blaise gyakran beszélgetett velük, olvasta a janzenisták írásait, és hamarosan a Szent Ágoston tanait felújító, a predesztinációt és az isteni kegyelmet hirdető új vallási irányzat hatása alá került az egész család.

1647 szeptemberében Pascal Párizsban járt és találkozott Descartes-tal. Az eszmecserén Roberval is részt vett. A mechanikus számológépről beszélgettek, Roberval be is mutatta a szerkezet működését. Pascal beszámolt kísérleteiről és Descartes véleményét kérdezte a *horror vacuiról*. A tudós szerint rendkívül finom, áttetsző anyag töltötte ki az üres teret.

1647 novemberében elhatározta, hogy megismétli Torricellinek a légnyomással kapcsolatos kísérletét. Levélben kérte sógorát, Florin Périer-t, hogy hajtsa végre a kísérletet Clermont-ban a Puy de Dôme lejtőjén különböző tengerszint feletti magasságokon. Később Pascal maga is elvégezte a kísérletet Párizsban, a Saint-Jacques de la Boucherie tornyában.

A gyermekkora óta törékeny alkatú Pascal a megfeszített munka következtében gyengélkedett. Neurotikus betegség jelei mutatkoztak rajta, bénulás érte, és csak mankóval tudott járni. A vérkeringési zavarok és állandó fájdalmai miatt Párizsban kezelték. Bár állapota jelentősen javult, a labilis és érzékeny idegrendszerű Pascal hipochonder lett, és könnyen irritálható.

1651-ben Étienne Pascal meghalt. Jacqueline belépett a Port-Royal kolostorba. Pascal hirtelen egyedül maradt. Apai örökségéből fényűző, nagyvilági életet kezdett Párizsban. Művelt emberekkel, csinos nőkkel érintkezett, érdekelték a szerencsejátékok.

1654 novemberében kocsin hajtatott át a Neuilly hídon, a lovak kiszabadultak a hámból, de a fogat szerencsésen megállt a híd szélén. Pascal az ijedtségtől eszméletét vesztette, tizenöt napig maradt öntudatlan állapotban. Amikor magához tért, látomása volt, hite megújult. Beköltözött a Port-Royalba, de négy éven keresztül naponta visszajárt Párizsba és folytatta tudományos munkáját. Hallatta szavát a janzenista és a jezsuita teológia közti vitában *(Vidéki levelek)*. 1659-ben ismeretlen betegség gyengítette le amúgy is törékeny szervezetét.

1661-ben XIV. Lajos betiltotta a janzenizmust. Jacqueline húga is meghalt. Pascal Artus Gouffier de Roannez hercegnek segédkezett még szakértőként a poitou-i mocsarak lecsapolásában. 1662. augusztus 19-én hunyt el Párizsban, a Saint-Etienne-du-Mont templomban helyezték örök nyugalomra.

Matematikai munkássága

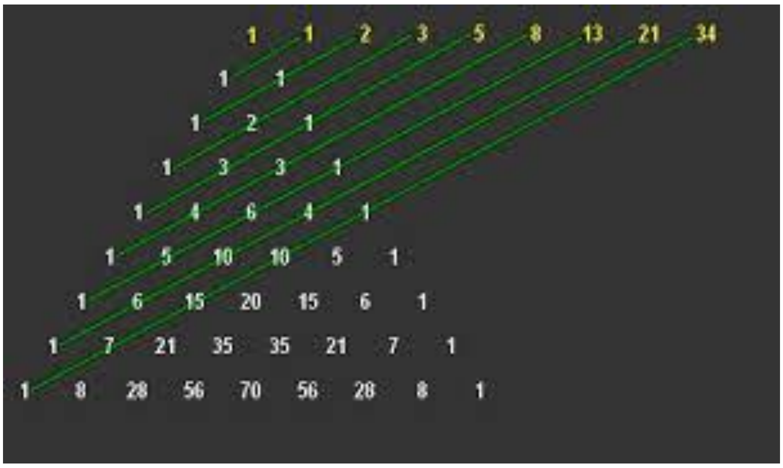
16 éves korában írta első tanulmányát, Gérard Desargues munkája alapján és azt elmélyítve, *Tanulmány a kúpszeletekről* címmel, majd 1648-ban született meg az *Értekezés a kúpszeletek származtatásáról*. Ebből csak két kivonat maradt fenn Leibniz jegyzeteivel, aki a Périer fivérektől kapta meg Pascal latin nyelvű tanulmányát.

A nagy újítás a Pascal-tétel volt, amellyel megalapozta a projektív geometriát.

Foglalkozott az infinitezimális számításokkal és a sorozatokkal.

A Pascal-háromszög a binomiális együtthatók gyors és egyszerű kiszámolására használható. Kidolgozásakor alkalmazta először a teljes indukcióval történő bizonyítás módszerét. A Pascal-háromszög jelentős mértékben készítette elő Leibniz munkáját az infinitezimális számítások terén.

A Pascal-háromszög aritmetikai táblázatát használta a szerencsejátékok pont-problémájának megoldásához és a valószínűségszámítás fejlesztéséhez. A szerencsejátékban a pontok elosztásának problematikája a következő: ha két szerencsejátékos a játszma vége előtt szakítja meg közös megegyezéssel a játékot, hogyan lehet igazságosan elosztani a nyereséget, ha figyelembe veszik a nyerési valószínűséget mindként játékosnál a megszakítás pillanatában. Fermattal levelezett a pontok elosztásáról, s bár eltérő módszerrel, de mindketten azonos eredményre jutottak.



A Pascal-háromszög és a Fibonacci sorozat kapcsolata

Utolsó tudományos munkáját a cikloisról írta *Amos Dettonville* álnéven *Traité de la roulette* címmel. *A ruletta típusú görbék dimenziójáról* írt levelet Christiaan Huygensnek 1659-ben, szintén álnéven.

Fizikai munkássága

Pascal behatóan foglalkozott a folyadékok fizikájával, és beírta nevét a hidrosztatikába, amikor megalkotta a később róla elnevezett törvényt. Megfogalmazta a közlekedőedények fizikai törvényét. Már egészen fiatalon eredményeket ért el a gázok nyomásviszonyait, a légnyomásváltozásokat vizsgálva. Híres barométeres kísérlete valójában távkísérlet volt, hiszen azt sógora, Périer végezte el.

Périer levele Pascalhoz (1648. szeptember 22.)

Aznap reggel nyolc órakor a Pères Minimes kertjében találkoztunk, amely a városnak csaknem legalacsonyabb pontja. Itt fogtunk hozzá a kísérlethez a következőképpen:

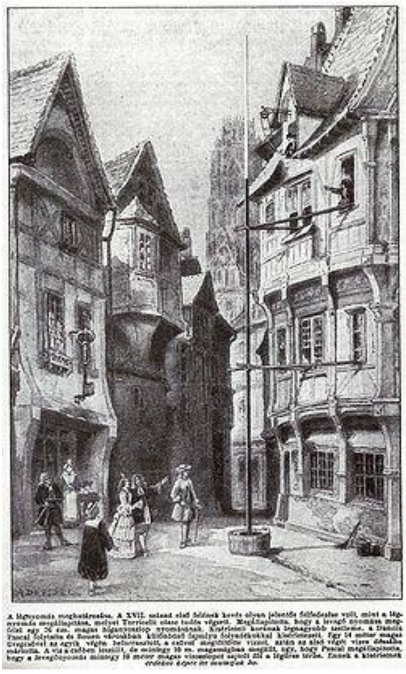
Először is tizenhat font higanyt öntöttem egy edénybe. A higanyt előtte három napig tisztítottam. Ezután két egyforma méretű, körülbelül négy láb hosszú üvegcsövet vettem. Az egyik végük hermetikusan zárt, a másik végük nyitott volt.

Mindkettővel elvégeztem ugyanabban az edényben a szokásos kísérletet a vákuummal. Amikor a két csövet egymás közelébe vittem anélkül, hogy kiemeltem volna őket az edényből, kiderült, hogy a higany mindkettőben ugyanolyan szinten áll, az edényben levő higany felett huszonhat hüvelyk, három és félvonásnyira (1 vonás=1/12 hüvelyk). A kísérletet kétszer megismételtem ugyanazon a helyen, ugyanazokkal a csövekkel, ugyanazzal a higannyal és ugyanazzal az edénnyel, és mindig azt tapasztaltam, hogy a higany ugyanolyan magasra emelkedik a csövekben, mint az első alkalommal.

Amikor elkészültem, az egyik csövet – folyamatos megfigyelés céljából – az edényben hagytam: megjelöltem az üvegen a higany magasságát, és nem nyúltam többé hozzá. Ezután megkértem Chastin tiszteletest, a ház egyik lakóját, aki épp oly jámbor, mint amilyen eszes, és az efféle dolgokban nagyon világosan gondolkozik, hogy a nap folyamán időről időre fáradjon oda és figyelje meg, hogy történik-e valamilyen változás. A másik csővel és ugyanannak a higanynak egy részével felmentünk a Puy de Dôme (hegy) tetejére, amely körülbelül ötszáz öllel magasabb a Minimes-nél [1 öl=1,949 m]. Itt ugyanazokat a kísérleteket ugyanúgy végeztem el, mint a Minimes-ben, és azt találtam, hogy a csőben csak huszonhárom hüvelyk, kétvonásnyira emelkedik a higany, holott a Minimes-ben huszonhat hüvelyk, három és fél vonásnál állapodott meg ugyanabban a csőben.

Tehát a kísérletekben a higanymagasságok között három hüvelyk, másfél vonás különbség mutatkozott: ez az eredmény olyan csodálattal töltött el bennünket, és annyira meglepett, hogy saját magunk megnyugtatására meg kívántuk ismételni. Ezért még ötször megpróbáltam ugyanazt a dolgot, nagy pontossággal, öt különböző helyen. A hegy tetején, egyszer tető alatt, a hegyen levő kis kápolnában, egyszer a szabadban, egyszer fedezékben, egyszer szélben, egyszer szép időben, egyszer esőben és ködben. Mindezen próbálkozások alkalmával a higany magassága ugyanakkora volt, huszonhárom hüvelyk, két vonás, ami három hüvelyk, másfél vonással tér el a Minimes-ben tapasztalt huszonhat hüvelyk, három és fél vonástól. Az eredmény teljesen kielégített bennünket.

(A levél ezután azokról a kísérletekről szól, amelyeket a hegyről lefelé jövet végeztek, és beszámol arról, hogy a nyugalomban hagyott csőben nem változott a higany magassága a nap folyamán. Azt is megemlíti, hogy a higany magasságát kissé alacsonyabbnak találták a clermont-i katedrális tetején.)



Barométer kísérlet Rouenben (Tolnai világtörténelme)

Pascal kommentárja

*…Ez a beszámoló minden problémát tisztázott, és nem titkolom, hogy nagy örömömre szolgált. Mivel kiderült, hogy húsz öl magasság két vonás különbséget idéz elő a higany magasságában és hat-hét öl körülbelül fél vonásnyit, a vizsgálatot ebben a városban is könnyen el tudtam végezni; ezért a szokásos vákuumos kísérletet végrehajtottam a huszonnégy/huszonöt öl magas Saint-*Jacques de-la-*Boucherie torony tetején és alján. A higanymagasságok két vonásnál többel tértek el egymástól. Ezután egy kilencvenhat lépcsős lakóházban is megismételtem ugyanezt a kísérletet, és igen világosan mutatkozott egy fél vonásnyi különbség, ami tökéletesen egyezik Périer beszámolójával.*

Pascal, a filozófus

Pascal pesszimista gondolkodó. Tudatában van az ember nyomorult sorsának és gondolkodásának határaival. Pascal Kant előfutárának tekinthető. Mindketten vallották, hogy a szív érveit nem ismeri el az ész. Nietzsche, aki nagyra értékelte Pascalt, szintén szkeptikusan vélekedett az ész mindenhatóságáról. Pascalt és Szent Ágostont az egzisztencializmus előfutárának tekintik, Kierkegaard, Heidegger, Sartre és Camus lépnek majd nyomdokaikba.

Vidéki levelek

Antoine Arnauld francia pap, filozófus, teológus, matematikus 1643-ban publikálta a *Théologie morale des jésuites (A jezsuiták erkölcsteológiája)* című írását, amely viták sorozatát indította el a janzenisták és a jezsuiták között. X. Ince pápa 1653-ban kiadta a janzenizmust elítélő bulláját *(Cum occasione)*. A jezsuiták, a Francia Királyság püspökeinek nagy többsége, sőt a király környezete is (Mazarin bíboros) hevesen támadták Arnauld-t és segítőjét, Pierre Nicole-t. Arnauld-t a Sorbonne elhagyására kényszerítették 1656-ban. A Port-Royal válaszolni készült: teológiai, elméleti szinten felkészültek, de Pascal ragyogó stílusára volt szükségük, hogy megvédjék a janzenismust, Antoine Arnauld-t és Pierre Nicole-t.

Pascal ismerte Cornelius Jansen *Augustinusának (Augustinus seu doctrina Sancti Augustini de humanæ naturæ sanitate, ægritudine, medicinā adversùs Pelagianos et Massilienses)* öt, heretikusnak tartott kinyilvánítását. 18 névtelen levelet írt (a 19. levélnek csak töredéke maradt meg). Eredetileg titokban terjesztették Párizsban, majd *Louis de Montalte* szerzői név alatt kis is nyomtatták: *Levelek vidékre (Louis de Montalte levelei barátai vidéki tartományfőnökének és a nagyméltóságú jezsuita atyáknak, ez utóbbiak erkölcsteológiai felfogása apropóján)*. Az első és második levél teológiai kérdéseket vet fel (hatékony és elégséges kegyelem, az emberi akarat szabadsága). A harmadik levél Antoine Arnauld elítélésével és a tomistákkal folytatott vitájával foglalkozik. A többi levél a jezsuiták kazuista erkölcsteológiáját tárgyalja.

Gondolatok

A *Gondolatok* filozófiai, főképp vallásfilozófiai és apologetikai tárgyú jegyzetek voltak: *A keresztény vallás apológiájá*hoz, amelyet nem tudott befejezni. A *Gondolatok* egy változata 1670-ben, nyolc évvel halála után megjelent könyv formájában, habár a munka a legtöbb helyen teljességgel vázlatos, teli befejezetlen mondatokkal, szakaszokkal, illetve időnként vitatható értelmezésű idézetekkel és utalásokkal más munkákra – elsősorban Pascal néhány más könyvére, ill. Montaigne *Esszéi*re, ezen kívül a Bibliára és ókori szerzők írásaira. Jellemző, hogy néhány mondat vagy szakasz pusztán arról rendelkezik, hogy az *Apológia* bizonyos szakaszai egymáshoz képest áthelyezendőek, illetve, hogy a műben aforizmaszerűen odavetett megállapítások váltakoznak részletesebben kifejtett gondolatokkal, ahogy a szerző ideje vagy érdeklődése épp engedte.

Pascal célja az volt, hogy megtérítse azokat az istentagadókat, hitetleneket, akikkel Párizs előkelő köreiben fiatalon érintkezett. A *Gondolatok* fő témája az ember, akinek szánalmas a sorsa Isten nélkül. A könyv tizennégy hosszabb-rövidebb szakaszból (fejezetből) áll, melyek mindegyike eltérő területre koncentrál: a *Gondolatok* eleje inkább ismeretelméleti témákat fejteget (de nem öncélúan, hanem teológiai állításokat alátámasztandó), később átmegy erkölcs- és életfilozófiába, a könyv végén pedig egyre inkább teológiai jellegű.

Az ismeretelméleti rész hangsúlyozza, hogy az ember minden szempontból korlátolt lény, aki egyszerre hasonlatos Istenhez és az állati szinten létező lényekhez, tudásra vágyik, de az sohasem lehet teljes, testi valójában kiterjed az anyag kozmikus és mikroszkopikus szinten létező formái (a csillagok, ill. az elemek) felé is, így mintegy „a végtelen és a semmi között félúton létezik”. Ilyenformán mind a biztos és abszolút tudásra, mind a teljes tudatlanságra képtelen. Életfilozófia szintjén az ember feladata a gondolkodásának megfelelő, jóra (Istenre) irányuló használata, a többi út, amelyet pl. a sztoikusok vagy a hedonisták hirdetnek, hamis. Az ember emberségét és méltóságát a gondolkodás adja (itt nem a hivatásszerű gondolkodásról van szó, hanem az Ész helyes használatáról, amely elvileg mindenki számára adott), a szórakozás, a munkába temetkezés nem más, mint „elterelés”, előremenekülés, ami semmit nem old meg. Ugyanakkor a gondolkodás csak előzetesen megalapozza, de nem bizonyíthatja a vallási igazságokat: amikor ezeket elfogadjuk, nem azt mondjuk, hogy „scio” (tudom), hanem hogy „credo” (hiszem): a végső szót nem az agynak, hanem a szívnek kell kimondania.

Pascal számos helyen vitatkozik Montagine-l, aki az Esszékben már foglalkozott a szórakozás gondolatával: ha valaki szenved, a szórakozás eltereli figyelmét bajairól.

A *Gondolatok* egyik leghíresebb, legszellemesebb és legjelentősebb filozófiai gondolatmenete az a rövid szövegszakasz, amelyben Pascal az Isten létére való szerencsejátékos-fogadás érdemlegességét fejtegeti. Ennek *„Pascal fogadása”*-ként elhíresült részlete a következő:

„Tegyük mérlegre, mit nyerhetünk, vagy mit veszíthetünk azzal, ha Isten létezésére fogadunk. Értékeljük eme eshetőségeket. Ha nyersz, mindent elnyersz, ha viszont vesztesz, nem veszítesz semmit. Fogadj tehát tétovázás nélkül az Ő létezésére.”

A legfeljebb fél oldal terjedelmű rövid írásokkal alapjaiban tér el a tomisták és a rendszerező filozófusok jelentősebb írásaitól. Az értelem filozófia 1600-as évekbeli válságának gyümölcse, amikor lemondtak a nagy metafizikai elméletek felállításáról a skolasztika megrendülése után.

Pascal és René Descartes a 17. századi filozófia két nagy alakja és pólusa, mint az egyház és a tudomány képviselői. Ezt tekintve a *Gondolatok* további érdekessége, hogy egy rövidebb paragrafusában meglehetős támadó modorban beszél Descartes filozófiájáról, „használhatatlannak” mondja.

Érdekességek

1. Francia 500 frankos bankjegy Pascal portréjával.

A típus 1969. január 7. és 1997. március 1. között volt forgalomban.

2. Blaise Pascal-díj: 1984-ben a Francia Tudományos Akadémia létrehozta a Blaise Pascal-díjat. 1985 óta ítélik oda az alkalmazott matematikai kutatásokban és a mérnöktudományok terén végzett numerikus számításokban elért eredményekért.

3. Róla nevezték el:

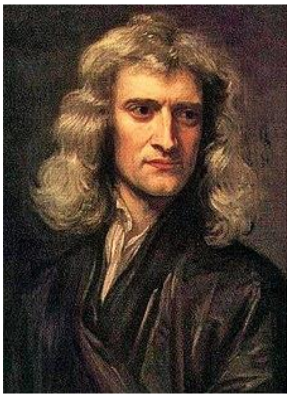
- A nyomás mértékegységét (pascal)
- A Pascal programozási nyelvet
- A hold egyik becsapódási kráterét (1964)
- Az *Université Blaise-Pascal Clermont-Ferrand* viseli nevét

4. Művei:

- Essai pour les coniques (Tanulmány a kúpszeletekről)
- Expériences nouvelles touchant le vide (Az űrre vonatkozó új kísérletek)
- Récit de la grande expérience de l’équilibre des liqueurs (A folyadékok nagy egyensúlyának kísérlete)
- Traité du triangle arithmétique (Értekezés az aritmetikai háromszögről)
- La Règle des partis (Pascal fogadás-elmélete)
- Élément de géométrie
- De l’Esprit géométrique et de l’Art de persuader (A geometriai gondolkodás és a meggyőzés művészete) posztumusz
- Génération des sections coniques (Kúpszeletek származtatása)
- Histoire de la roulette
- L’Art de persuader
- Les Provinciales (Correspondances 1656–1657) (Vidéki levelek)
- Pensées (1670, posztumusz)

5. Blaise Pascal aláírása:

4.4. Sir Isaac Newton (1642.12.25.-1727.03.20.)



Angol fizikus, matematikus, csillagász, filozófus és alkimista, az újkori történelem egyik kiemelkedő tudósa.

Korszakalkotó műve a *Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica (A természetfilozófia matematikai alapelvei,* 1687). Ebben leírja az egyetemes tömegvonzás törvényét, valamint az általa lefektetett axiómák révén megalapozta a klasszikus mechanika tudományát. Ő volt az első, aki megmutatta, hogy az égitestek és a Földön lévő tárgyak mozgását ugyanazon természeti törvények határozzák meg. Matematikai magyarázattal alátámasztotta Kepler bolygómozgási törvényeit, kiegészítve azzal, hogy a különböző égitestek nemcsak elliptikus, de akár hiperbola- vagy parabolapályán is mozoghatnak. Törvényei fontos szerepet játszottak a tudományos forradalomban és a heliocentrikus világkép elterjedésében.

Mindemellett optikai kutatásokat is végzett. Ő fedezte fel azt is, hogy a prizmán megfigyelhető színek valójában az áthaladó fehér fény alkotóelemei, nem pedig a prizma fényt színező hatásának tudható be – ahogy Roger Bacon feltételezte a 13. században –, valamint feltételezte, hogy a fénynek részecske természete van.

Newton, csakúgy, mint Leibniz, az analízis (differenciálszámítás és integrálszámítás), vagy más néven az infinitezimális kalkulus egyik megalkotója. Nevéhez fűződik a binomiális tétel bizonyítása és tetszőleges komplex kitevőre történő általánosítása.

Élete

Newton Woolsthorpe-by-Colsterworth falucskában született idősebb Isaac Newton és Hannah Ayscough gyermekeként. A Julián naptár szerint 1642. december 25-én, ami az európai kontinensen 1582 októbere óta részlegesen bevezetett Gergely-naptár szerint 1643. január 4-ének felel meg (tehát az az elterjedt megállapítás, hogy Galilei halála évében született volna, a naptártól függ). Koraszülött volt, nem számítottak rá, hogy életben marad.

Apja, aki írástudatlan, jómódú kisbirtokos volt, Newton születése előtt három hónappal meghalt. Mikor a kis Isaac kétéves volt, anyja, Hannah Newton feleségül ment a környékbeli jómódú lelkipásztorhoz, Barnabas Smith-hez. Miután Hannah férjével North Withamra költözött, a kisfiút nagyanyja gondjaira bízták, így Woolsthorpe-ban maradt. Barnabas Smith az 1653-as esztendőben meghalt, ezért Hannah hazaköltözött Woolsthorpe-ba Newton három féltestvérével együtt. Newton és anyja között nagyon rossz viszony alakult ki, talán ezért nem volt Newton sohasem szerelmes, és a nőktől egész életében tartózkodott. Newton fiatalkori feljegyzésében arról írt, hogy legszívesebben felgyújtaná házukat anyja és Smith feje fölött.

Tizenkét éves volt, amikor beiratkozott a szülőföldjétől 10 mérföldre lévő Grantham város gimnáziumába; ott a város gyógyszerészénél, William Clarke-nál lakott. Az iskolában csak latint és ógörögöt tanult. Abban az időben a matematikának nem sok időt szenteltek. A fiatal fiú érdeklődése egyre jobban lankadt, ez a jegyein is meglátszott.

Ennek – Newton visszaemlékezései szerint – az vetett véget, amikor az iskola egyik tanulója a templomnál belekötött és gyomron rúgta. Conduitt – Newton első életrajzírója – így beszéli el a történetet: „Isaac nem volt olyan nagydarab, mint ellenfele, azonban olyan megszállottan és eltökélten küzdött, hogy legyőzte ellenfelét: addig ütötte, míg az fel nem adta a küzdelmet. A fülénél húzva ráncigálta ellenfelét a templom oldalához, hogy arcát többször is a falba verje, és orrát a kövön véresre dörzsölje.” Tehát végre akadt számára valaki, akin felhalmozódott dühét kitombolhatja. A megaláztatást azonban Newton ezzel még mindig nem zárta le. Szellemileg is meg akarta alázni ellenfelét, így ettől kezdve az órákon is figyelt, s ő lett a legjobb tanuló.

Metszet Enoch Seeman 1726-ban készült Newton-portréjáról

Édesanyja Newtont 17 éves korában hívta haza, hogy vezesse a gazdaságot. Abban az évben, amikor megvette – ma a New York-i Pierpont Morgan Könyvtárban kiállított – 2,5 pennys füzetét. Ebbe a füzetbe írta az iskola által megkövetelt tudáson túli dolgokat, mint például a Kopernikusz-féle Naprendszer modellje, a napóra építése és sok ezekhez hasonló gondolatot.

Woolsthorpe-ban azonban már nem érezte jól magát. Fejében milliónyi gondolat cikázott, a kutatás vágya és legfőképp a hit, mely szerint igenis meg lehet érteni a világot, van elég nyom. Ezen gondolatai már teljes mértékben fanatikussá tették, mondhatni függőséggé vált számára az ismeretek megszerzése.

Az első hivatalos feljegyzés, ahol Newtonról van szó, egy bűnügyi jelentés, melyben 4 shillinggel róják meg. Ez úgy történt, hogy egyik nap – amikor éppen a juhokat kellett volna őriznie – a béres fiúra hagyta a jószágokat és a portékákat, amíg ő Granthambe ment néhány könyvért az egykori szállásadójához. Eközben a juhok szétszéledtek, a disznók feltúrták a szomszéd kerítését úgy, hogy azt újra fel kellett húzni.

Newton tehát igen szófogadatlan ifjúvá serkent, akit nem igazán érdekelt semmi más a kutatásain kívül. Szerencséjére, tehetségére két ember is felfigyelt. Az egyikük John Stokes, a granthami gimnázium igazgatója, a másik pedig anyai nagybátyja, William Ayscough. Kettejüknek sikerült meggyőzniük Newton anyját, hogy engedje vissza fiát Granthambe, ahol Stokes majd felkészíti a Cambridge Egyetemen Trinity College felvételijére.

Newton így visszaköltözött a patikus házába, ahol volt ideje bújni a könyveket. Sokak szerint itt eljegyezte a patikus lányát, de erre az állításra semmiféle bizonyíték nincs.

Tizennyolc évesen kitűnő bizonyítvánnyal végzett. Tanára ezt mondta róla:

„Zsenialitása mostantól felfelé szárnyal, és egyre nagyobb fénnyel ragyog. Különösen a versírásban jeleskedik. (...) Felülmúlja a legvérmesebb reményeimet is, melyeket hozzá fűztem."

1661-ben beiratkozott a Cambridge Egyetemen a Trinity College-ba, ahová nagybátyja, William Ayscough is járt. A legtöbb kezdő diák két évvel fiatalabb volt nála, és jóval tehetősebb. Ezen indokból Newtont ösztöndíjasként vették fel, ami azt jelentette, hogy instruktora mellett inaskodnia kellett. Szerencséjére instruktora csak öt hetet töltött egy évben Cambridge-ben, így bőven maradt ideje gondolataiba merülni. Ebben az időben az iskola Arisztotelész tanításait követte. Newton azonban szívesebben olvasta modernebb gondolkodók (mint Descartes, Galilei, Kopernikusz és Kepler) műveit. 1665-ben fedezte fel a binomiális tételt, ezután kezdte kialakítani matematikai kalkulus-elméletét. Nem sokkal a diploma megszerzése után (1665) az egyetem a nagy pestisjárvány elleni védekezésül bezárt. Newton az elkövetkezendő két évben otthon foglalkozott a kalkulussal, az optikával és a gravitációval.

1667-ben Newton a Trinity College tanára lett. 1669-ben a végtelen sorokról írt munkája elismeréséül Isaac Barrow, aki a tanára volt, Newton javára lemondott az egyetemi katedráról, így helyére Newtont az egyetem professzorává léptették elő. A cambridge-i szabályok értelmében ehhez be kellett lépnie az anglikán egyházba, követelmény volt azonban, hogy ne vegyen aktívan részt az egyházi életben. Newton úgy vélte, akkor fölösleges belépnie az egyházba, és II. Károly király, akinek az engedélyére szükség volt, elfogadta érvelését. Newtonnak így nem kellett konfliktusba kerülnie amiatt, hogy a vallásról alkotott nézetei ellentétben voltak az egyház szigorával.

A közismert történet szerint Newton a fejére pottyanó alma hatására értette meg, hogy a földi tárgyakat és égitesteket mozgató erő ugyanaz. Egy kortárs író, William Stukeley írta ezt először *Memoirs of Sir Isaac Newton's Life* című művében. Ebben visszaemlékezik, hogy mikor 1726. április 15-én Kensingtonban beszélgetett Newtonnal, a tudós elmesélte, hogyan jutott eszébe a gravitációelmélet. „Egy alma lehullása okozta, mikor elmélkedve ott ült. Miért esik az alma mindig a földre, tette fel a kérdést magának. Miért nem oldalra vagy felfelé esik, hanem mindig a föld középpontja felé?"

Voltaire ugyanezt írja: „Sir Isaac Newton a kertjében sétált, ekkor szőtte első gondolatait a gravitációelméletről, mikor látta, hogy egy alma lehull a fáról.” Ezek a történetek alaposan kiszínezik Newton beszámolóját arról, hogy otthonában, Woolsthorpe Manorban az ablak mellett ült, és látta, hogy egy alma lehull a fáról. A jelenleg elfogadott feltételezés szerint a történetet Newton jóval később találta ki, hogy illusztrálja, hogy merített ötleteket a mindennapi életből.

Matematikai kutatása

1669-ben tette közzé kutatásait *De Analysi per Aequationes Numeri Terminorum Infinitas (A végtelen sorok elemzéséről)* és később *De methodis serierum et fluxionum (A sorok és fluxiók módszeréről)* című műveiben. A cikk címéből ered Newton differenciálelméletének elnevezése, melyet a „fluxiók módszerének” nevezünk. Fluxión lényegében egy természeti folyamat valamely fizikai paraméterének időbeli változását kell értenünk.

Rendszerint Newtont tartják az általánosított binomiális tétel felfedezőjének, mely felismerés lényeges lépés a matematikai analízis szempontjából. Newton és Leibniz egymástól függetlenül dolgozták ki a differenciál és integrálkalkulust, más-más szemlélettel. Míg Newton – Galilei követőihez hasonlóan – a fizika felől közelítette meg a derivált fogalmát, addig Leibniz a Fermat és Pascal módszeréhez hasonlóan a görbéhez húzott érintőegyenes felől közelítette meg a differenciálszámítást. Bár Newton a fluxiómódszert Leibniz előtt dolgozta ki, az utókor mégis Leibniz differenciálelméletét választotta, és ez vált elsődlegessé a matematikában, ez terjedt el jobban a világon. Newton saját védelmében azt állította, azért nem tette közzé számításait, mert félt, hogy kortársai kigúnyolják.

Bár Newton korának egyik legragyogóbb tudósa volt, életének utolsó huszonöt évét megkeserítette az általa plágiummal vádolt Leibnizcel folytatott elhúzódó vita. A vita nemcsak a két tudós életét keserítette meg, hanem sajnálatos módon válaszfalat emelt a brit és az európai kontinensen élő matematikusok közé, ami haláluk után is folytatódott. A szigetországi matematikusok csak a 19. században tértek át az egyébként jóval praktikusabb leibnizi írásmódra, ami jelentős hátrányba hozta a brit matematikai analízist.

Optikai felfedezései

Newton 1672-ben használt teleszkópjának másolata

1670 és 1672 között Newton optikát tanított. Ez alatt az idő alatt vizsgálta a fénytörés jelenségét, és rájött, hogy a prizma a fehér fényt a színspektrum különböző színeire tudja bontani, egy másik prizma pedig újra össze tudja állítani fehér fénnyé. Egy színes fénysugárral különböző tárgyakat megvilágítva azt is megmutatta, hogy a színes fény tulajdonságai nem változnak. Megfigyelte, hogy ha a fény tükröződik vagy szétszóródik, akkor is ugyanolyan színű marad, a színeket tehát nem a tárgyak hozzák létre, hanem annak függvényében látjuk őket, ahogy a tárgyak visszatükrözik a már színes fényt. Az ezen a területen elért eredményeit többen kritizálták, a legismertebb közülük Johann Wolfgang von Goethe, aki saját színelmélettel állt elő.

Ebből levonta a következtetést, hogy a lencsés távcsőre rossz hatással van a fény színekre bomlása, és saját kezűleg csiszolt tükrökkel megépített egy újfajta teleszkópot, melyet ma Newton-távcsőnek nevezünk.

1671-ben a Royal Society kérte, hogy mutassa be nekik teleszkópját. Érdeklődésük arra bátorította Newtont, hogy tegye közzé jegyzeteit *„A színről”* címmel. Ebből alakult ki később, 1704-ben az *„Optika”* című műve. Amikor Robert Hooke kritizálta Newton egyes elméleteit, Newton annyira megbántódott, hogy visszavonult a nyilvános vitától. Egészen Hooke haláláig ellenségek maradtak.

Felfedezései a mechanikában

Newton legfontosabb felfedezései a mechanika területén születtek. Newton törvényei, melyeket röviden csak a „*Principia*” néven ismert könyvében írt le. Ezek korszakalkotó megállapítások a térről, az időről, a tömegről, a mozgásról és az általános tömegvonzásról. Elméletének lényeges mozzanata, hogy az égi és a földi fizika egységének gondolata vezérelte. A mozgás leírására a fizikai folyamatok színpadául az abszolút teret és az abszolút időt emeli ki és az inerciális vonatkoztatási rendszert határozza meg. A mozgás okát az anyagok közötti kölcsönhatásban adja meg. A mozgástörvények leírásában érdeme, hogy azokat közönséges differenciálegyenletek formájában fogalmazta meg.

Társadalmi szerepvállalása

Isaac Newton egy rövid időre politikai szerepet is vállalt. Az egyetem képviselőjeként 1688-ban megválasztották az úgynevezett hosszú parlament tagjának, ezért Londonba költözött, de a parlamenti életet és környezetet rövid idő után számára elfogadhatatlannak érezte, s visszaköltözött Cambridge-be.

Miután egy tűzben kézirataink egy része megsemmisült, elméje egy rövid időre átmenetileg megzavarodott. Miután meggyógyult, 1696-ban az állami pénzverde főfelügyelője, majd 1699-ben igazgatója lett. Ezen állásában is maradandót alkotott a pénzhamisítás elleni harcban azzal, hogy bevezette a nemesfém pénzek oldalán a recézést, s ez által kimutathatóvá vált az érmék súlycsonkítása, a körbenyírás. Newton precíz vizsgálatai kimutatták, hogy az akkor forgalomban lévő érmék 10%-a hamis volt. Jó példa a pénzhamisítás elleni harcára William Chaloner, a kor egyik leghírhedtebb pénzhamisítójának esete. Newtonnak köszönhette a vesztét, miután a hamisító a pénzverdét és magát Newtont is korrupcióval vádolta meg egy pamfletben. Newton azonban megelégelve Chaloner arcpirító önteltségét és valótlan vádjait, évekig tartó magánnyomozással derítette fel a hamisító üzelmeit. Majd a megcáfolhatatlan bizonyítékokkal feljelentette a hatóságoknál, akik 1699 márciusában letartóztatták, hazaárulás vádjával halálra ítélték, és még abban a hónapban felakasztották.

Newton és az okkultizmus

A tudományos kutatások mellett Newton rengeteg időt szentelt teológiai kutatásainak. Meglepő eredményre bukkant, melyre az Újszövetség eredeti nyelvű kéziratának olvasása közben jött rá. Azt állította, hogy a későbbi korok fordítói saját céljaik elérése szerint fordították a Bibliát, így például a Szentháromság sem létezik, valamint Jézus sem Isten fia, így magához az Atyához kell imádkozni. Ezen gondolatait azonban nem sok emberrel osztotta meg, hiszen a Trinity College vezetői nemigen néztek volna Newtonra jó szemmel, ha azzal áll elő, hogy az intézet névadója nem is létezik.

A titkolózásnak azonban igenis volt alapja, hiszen eretnek nézetei miatt volt rá esély, hogy perbe fogják. Newton mániákusan rettegett attól, hogy ez bekövetkezik. Mindazonáltal olyan akadály állt e kutatás abbahagyása útjában, melyet még a nagy Isaac Newton sem volt képes legyőzni. Ez pedig az a megrögzött eszme, amely szerint közvetlenül akart beszélni az Atyával. Vallási megszállottsága ugyanolyan mértékű fanatizmus volt, mint az igazság keresése a tudományos kutatásokban. Mindenütt az Atya által hátrahagyott nyomokat kereste.

Newton – nem sokkal kinevezése után – szobájával szemben építtetett egy laboratóriumot, melyről a Trinity College tagjai úgy tudták, hogy kémiai kísérleteket végez bent a matematika Lucas-professzora. Ez azonban nem így történt. A tudós jegyzetfüzeteinek lapjairól kiderül, hogy aranyat akart előállítani közönséges fémből. Hihetetlenül hangzik, de a kor legnagyobb tudósa legalább annyi energiát fektetett bele alkimista munkásságába, mint a többibe. Mégsem jelenthetjük ki, hogy e munkálatok hasztalanok voltak, hiszen miben is hitt pontosan Newton? Minden dolgok mozgató elve egy okkult tőről fakad, melyet nem lehet kézzelfoghatóvá tenni. Innen már csak egy lépés az erő fogalma egy ekkora elmének.

Alkímiai kísérletei azonban nemcsak a gondolkodásban hozták meg gyümölcsüket, hanem igencsak fejlesztették a problémamegoldó képességét, így könnyebben tudott eszközöket gyártani elméletei igazolásához, mint azt egyébként tehette volna. Newton kevéssé ismert alkímiai jegyzetei a Royal Society 2005-ös nyári kiállításán voltak megtekinthetők.

Valószínűleg ez a problémamegoldó képesség volt az, ami egy újabb hatalmas horderejű találmányhoz vezetett: az akkoriban használatos távcsövek, melyekkel a bolygókat és csillagokat szemlélték, jó felbontóképességgel bírtak, ám a kép minősége a kromatikus aberráció miatt rossz volt. Már úgy tűnt, hogy a csillagászati távcsövek nagyítása tovább nem fokozható, de Newton a róla elnevezett távcsövekkel ezt a problémát is megoldotta.

Emlékezete

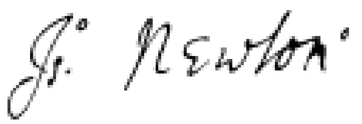
Mivel ő fogalmazta meg alaptörvényeit, a klasszikus fizikát róla nevezik „newtoninak”. Szerte a világban, de különösen Angliában rengeteg intézményt és közterületet neveztek el róla, számos képzőművészeti alkotás örökíti meg vonásait. A Trinity College-ban álló mellszobrának talpán a következő latin nyelvű felirat olvasható:

Qui genus humanum ingenio supravit (*Aki szellemével felülmúlta az emberi nemet*)

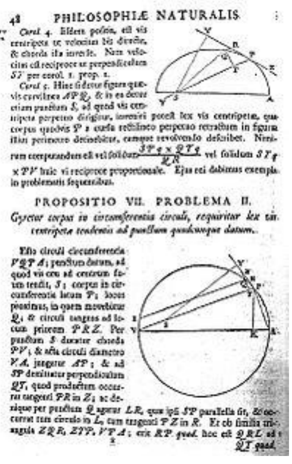
Érdekességek

1. (A granthami gimnáziumban előzetes egyeztetés után megtekinthető, ahol nevét az ablakpárkányba véste.)

2. Isaac Newton aláírása



3.


48 PHILOSOPHIÆ NATURALIS

PROPOSITIO VII. PROBLEMA II.

Gyretur corpus in circumferentia circuli, requiritur lex vis centripetæ tendentis ad punctum quodcunque datum.

Egy oldal alapvető munkájából, a *Principiá*ból, 1726-os kiadás

4. 1672-ben lett a Royal Society tagja, majd 1703-ban elnöke. 1705-ben Anna brit királynő lovaggá ütötte.

5. Mivel nevelő anyja megrögzött puritán gondolkodású volt, Newton igen gyakran forgatta a Bibliát, mely gyakorlat élete végéig kísérte. Hittel vallotta, hogy a világot az Atyaisten úgy alkotta, hogy elegendő nyomot hagyjon a végső összefüggések kifürkészéséhez és az ő mibenlétének megfejtéséhez. Ezzel a gondolattal élte le életét, és ugyanolyan mélységgel és ugyanolyan hosszan foglalkozott a Biblia és a vallás tanulmányozásával, mint a tudományos igazságok megfejtésével. Sokat foglalkozott a *Jelenések könyvé*vel, és sajátos számításai alapján 2060-ra jövendölte meg a világvégét. Egész életében meggyőződése volt, hogy vallási tárgyú iratai maradandóbbak lesznek, mint bármi más, amit alkotott.

6. Newton, aki nem volt híján az intellektuális képességeknek, 1720-ban mégis áldozata lett a csordaszellemnek. Ebben az évben következett be a világtörténelem egyik legnagyobb részvény-buborékja. Ekkor indult szárnyalásnak az angol uralkodó különleges monopoljogait élvező Déltengeri Hajózási Társaság részvényárfolyama. Az év áprilisában Newton még nagyon olcsón vette a részvényeket, majd júliusában hatalmas nyereséggel el is adta őket. Ám a részvények árfolyama tovább emelkedett, ezért augusztusban ismét a részvényekbe fektette a vagyonát, hogy 1720 szeptemberében egy fillér nélkül merengjen a buborékok furcsa természetéről: „Ki tudom számítani az égitestek mozgását, de kiszámíthatatlan az emberi őrület.”

4.5. Gottfried Wilhelm Leibniz (1646.07.01.-1716.11.14.)

Gottfried Wilhelm Leibniz (Lipcse, 1646. július 1. – Hannover, 1716. november 14.)

Német polihisztor: jogász, diplomata, történész, matematikus, fizikus és filozófus. Nagy Frigyes azt mondta róla: „önmagában egy akadémia”.

A 17. század végén és a 18. század elején alkotott, egyike volt a német felvilágosodás alapítóinak. Newtontól függetlenül létrehozta a matematikai analízist. Megfogalmazta a kettes számrendszert. Hozzájárult a formális logika megteremtéséhez, az univerzális, tudományos kalkulus bevezetésével. Descartes-hoz hasonlóan az általános megismerési módszert kereste.

Élete

1646. július 1-jén született Lipcsében. Apja ügyvéd, egyetemi tanár (erkölcstanprofesszor) volt a Lipcsei Egyetemen, és így fiába már korán beleoltotta a tudomány szeretetét. A fiatal Leibniz iskolai tanulmányai mellett magánszorgalomból megtanulta a latin nyelvet, úgyhogy már 12 éves korában egész folyékonyan tudta olvasni az ókori latin klasszikusokat. Ekkor kezdett el a görög nyelvvel is foglalkozni, majd a logika tanulmányozásába merült és már iskolás korában megszületett agyában az a nagy gondolat, hogy a tudomány számára egy olyan általános nyelvet kellene megállapítani, amely az egész tudós világ előtt érthető legyen. Már ilyen zsenge korában belátta, hogy ezen eszme megvalósításának első feltétele az volna, hogy az összes létező fogalmat bizonyos meghatározott, egymástól szigorúan elkülönített osztályokba kell osztani és így a „Globus intelectualis”-on őket elhelyezni. A logika tanulmányozása után főképp skolasztikával foglalkozott. 15 éves korában ment a lipcsei egyetemre, ahol az olasz filozófusokat, majd pedig az újabb kor filozófusait, Descartes-ot és Bacont tanulmányozta.

Miután tanulmányait befejezte, a jogi doktori címért folyamodott, azonban a lipcsei egyetem ezt fiatal korára való tekintettel megtagadta tőle. Erre az altdorfi egyetemhez fordult, ahol 1666. november 5-én tartott fényes disputációja után a jogi doktori címet elnyerte. Tudományos jártassága és ügyessége oly nagy hatással volt, hogy az altdorfi egyetemen tanári állásra kapott meghívást, amit azonban nem fogadott el.

Ezután Nürnbergbe ment, ahol a Rózsakeresztesek rendjébe állt be, sőt ott titkárrá is lett. Nürnbergi tartózkodása alatt fő eseménynek tekintendő Johann Christian von Boyneburggal, a Mainzi Választófejedelemség miniszterével kötött ismeretsége, ami nemsokára barátsággá fejlődött. Ez nagy befolyással volt életére, ugyanis alkalmat adott neki a nagyvilág viszonyaiba való betekintésre és arra, hogy a politikai pályán is működjék.

Boyneburg ajánlásával mutatkozott be Mainzban, ahol az akkor uralkodó nagyherceg Johann Phillipp von Schönborn bíboros mindjárt szolgálatába fogadta (1670). 1672-ben diplomáciai küldetés keretében ment Párizsba, és ott hazájának nagy szolgálatokat tett. Ezen tartózkodása még azért is fontos volt rá nézve, mert itt sok tudóssal, többek között Huygensszel ismerkedett meg, aki neki matematikai tanulmányaiban nagy segítője volt. Az e korban tett fölfedezései közül legnevezetesebb a számológépe, amely a Pascal-félét felülmúlja, mert vele nemcsak összeadni és kivonni, hanem szorozni és osztani is lehet. E felfedezésének köszönhette, hogy 1673-ban a londoni akadémia tagjai közé választotta.

De az erre következő évek legnagyobb felfedezése mégis csak a differenciálszámítás, amit 1676-ban talált fel. Isaac Newton 11 évvel előbb geometriai úton találta fel a fluxió számítását, és így Newtoné a feltalálás elsőbbsége. Az is igaz, hogy Leibniz nagyobb eredménnyel is foglalkozott e tárggyal, úgyhogy a jelenleg használt módszer a Leibniz-féle. A két tudós azonban a prioritásért elkeseredett küzdelmet kezdett, ami egész Leibniz haláláig folyt, amikor is a kérdést pártatlan tudósok, döntötték el. Leibniz ebben a harcban nem úgy viselkedett, amint tőle várnák, sőt elkeseredésében Newtont egyszer plagizálónak mondta.

1676-ban visszatért a Német-római Birodalomba és János Frigyes braunschweig-lüneburgi és hannoveri herceg mellett volt könyvtáros és tanácsadó. 1691-től kezdve a wolfenbütteli könyvtár is az ő felügyelete alá került. Nemsokára hercegi udvari tanácsos, később igazságügyi tanácsos lett. 1687-től 1690-ig nagy utazásokat tett. Beutazta Németországot és Itáliát. Ebben az időben történeti munkákat adott ki, amelyek főképpen a Welf-házzal foglalkoznak.

Ernő Ágost hannoveri választófejedelem herceg 1698-as halála után örököse, Georg Ludwig mellett folytatta munkáját, aki később Nagy-Britannia (Egyesült) Királyságának uralkodója lett, I. György néven. Ezt az állását Leibniz élete végig megtartotta.

Az ő tervei szerint alapították az első német akadémiát Berlinben, 1700-ban, ahol őt július 12-én elnökké nevezték ki. Nagy Péter orosz cárral ez időtájban találkozott, és vele később szintén szorosabb összeköttetésbe lépett. Leibniz volt az, aki először sürgette egy orosz akadémia fölállítását. Utolsó éveit szomorúság és nagy csalódások keserítették meg. Egyrészt, mert ekkor már betegsége majdnem elviselhetetlenné vált, másrészt, mert összes pártfogója lassanként elhalt, a későbbi nemzedék az elkényeztetett tudóssal nem úgy bánt, mint ahogy ahhoz korábban hozzászokott.

1716. november 14-én halt meg Hannoverben. Halálakor már olyannyira kiesett az amúgy a közelben tartózkodó I. György kegyeiből, hogy sem az uralkodó, sem az udvari méltóságok nem jelentek meg a temetésén, csak a személyi titkára volt jelen. Hiába volt a Royal Society és a Berlini Tudományos Akadémia örökös tagja, egyik intézmény sem tartotta méltónak arra, hogy megemlékezzen róla. Sírja több mint fél évszázadig maradt jelöletlen. Csupán Fontenelle emlékezett meg róla az 1700-ban őt külföldi tagjául választó Párizsi Francia Akadémia előtt.

Kortársai sokra becsülték, és tisztelték a munkásságát. Érdeklődési köre több területet is átfedett. Ezek a filozófia, politika, teológia, diplomácia, filológia, fizika, matematika.

Munkássága

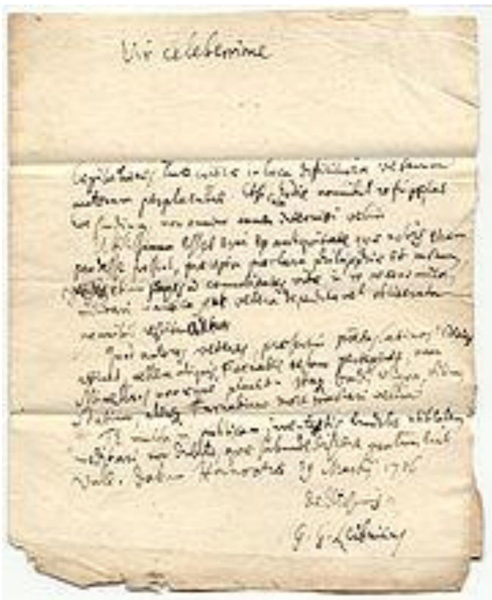
Matematika

Leibniz, Newtontól függetlenül, felfedezte a differenciál- és integrálszámítást. A mai jelölések többnyire Leibniztől származnak (1686). A ma használatos matematikai jelek közül tőle származik az egyenlő (=), a szorzás (·), a hasonlóság (∼), az egybevágóság (≅), a differenciálhányados (dy/dx), az integrál (∫) jele. Ő használta először a „függvény”, a „koordináta”, a „calculus differentialis” (differenciálszámítás), a „calculus integralis” (integrálszámítás) elnevezéseket. A kettes számrendszer pontos leírását is ő adta meg először, Explication de l'Arithmétique Binaire című könyvében.

Fizika

Szerinte értelmetlen abszolút térről és abszolút időről beszélni, mint ahogy azt Newton gondolta. Leibniz szerint a tér nem más, mint két egyidejűleg létező tárgy közötti távolság. Az idő pedig két esemény közti távolság. Hasonló módon, értelmetlenség abszolút időről beszélni, mert az idő fogalma az „események egymást követő rendjét” fejezi ki. Az idő fogalma relációs fogalom: az események közti viszonyokra vonatkozik.

Filozófia


Vir celeberrime

Leibniz kézirata

Leibniz korát filozófiai szempontból a racionalisták és az empiristák szembenállása jellemezte, s mindkét irányzat arra a kérdésre igyekezett választ adni, hogy az emberi megismerés az érzékelésből vagy a *ratió*ból, a gondolkodásból származik. Filozófiai feladatának azt tartotta, hogy „a forma és az anyag filozófiáját összebékítsük, egyesítve és megtartva azt, ami ebből és abból igaz.” Irénista felfogásából fakadóan, ennek keretében dolgozta ki *monász-elméletét*.

Metafizika

„Azt tapasztaltam, hogy a legtöbb szektának nagyrészt igaza van abban, amit állít, s csak abban nincs igaza, amit tagad.”

Szerinte a valóság nemcsak kiterjedés és – John Locke nyomán – áthatolhatatlanság, hanem erő és tevékenység is: „nincs test, mozgás nélkül, sem szubsztancia erőkifejtés nélkül" – vallja. A szubsztancia „tevékenységre képes létező" (*etre capable d'action*). Lehet összetett vagy egyszerű, de az összetettek nem lehetnek egyszerűek nélkül, hiszen azok aggregátuma (tömörülése). Az egyszerű szubsztanciák a monaszok. A gondolatbeli matematikai és a kiterjedt fizikai pontoktól eltérően a monaszok oszthatatlan, egyszerű, nem anyagi „erőegységek" *(forces primitives)*, metafizikai pontok *(points metaphysiques)*.

A monászok a természet igazi atomjai, a dolgok elemei, örök, állandó létezők, természetes úton nem pusztíthatók el. Továbbá a monászok alaktalanok, mégis állandó belső változásban vannak. A monászokban végbemenő állandó belső változás a percepció. Minden monász az univerzumot a saját nézőpontjából ábrázolja, ezért a monászok különböznek egymástól: nincs a természetben két egyforma monász. S bár ismerik egymás állapotát, nincsenek ennek a tudatában. A monászok testetlen automaták.

Minden monász egy kis univerzum („nincs ablaka" a másikra); a mindenség élő tükre, tevékeny és szabad, a tökéletességre tör. Mivel a monászok „gondolkodó metafizikai pontok", minden monász elgondolja, vagyis fogalmilag reprezentálja a teljes univerzumot.

A kiterjedt anyag a monasz tevékenységének eredménye. Mindegyik kapcsolatban áll a többivel. Üres tér nincs: a monászok mindent betöltenek. „A természetben soha nincs ugrás" – vallja. A legalacsonyabb rendű és a magasrendű monaszok között az átmeneti fokozatok végtelen sorát találjuk – hasonlóan az infinitezimális számításhoz. Az élőlényekben a központi monasz (lélek) köré csoportosulnak az alacsonyabb rendűek (test). A test és a lélek változásai azért felelnek meg egymásnak, mivel Isten – mint két órát – szinkronizálja őket. A világegyetem összhangjának távolabbi oka is Isten.

Ismeretelmélet

Jóllehet, Leibniz elfogadja a tapasztalati ismeret jogát, mégis valamennyi ismeretet velünk születettnek tart. Az ismeretek nem készen, hanem lehetőség szerint vannak a lélekben. A tapasztalat, érzékelés azért nem felesleges, mert ismeretcsíráink csak a tapasztalás útján fejlődhetnek ki. Éppen ezért kiigazításra szorul Locke axiómája: semmi sincs a lélekben, ami ne az érzékekből származnék, kivéve magát a lelket.

„A lélek magában foglalja a létet, a szubstanciát, az egyet, az ugyanazt, az okot, az észrevételt, az okoskodást és egy csomó más fogalmat, amelyeket az érzékek nem nyújthatnának.” Ha ismereteinket nem is szerezzük a tárgyi világból, azok tárgyi érvénye mégis kétségtelen, mivel a gondolkodás és a lét között a megfelelést az Isten által eleve elrendezett összhang biztosítja.

Leibniz az igazságok két fajtáját különbözteti meg:

1. tényigazságok (esetlegesek, és ellentétük lehetséges)
2. észigazságok (szükségszerűek, és ellentétük lehetetlen)

Ha egy igazság szükségszerű, akkor felbonthatjuk addig, amíg eljutunk az alapigazságig. Így vezetik a matematikusok tételeiket vissza definíciókra, axiómákra. A dolgok végső oka Isten kell, hogy legyen. Isten az elégséges alapja minden dolognak. Istennek nincsenek korlátai, ahol tökéletesség van – mondja Leibniz –, ott nincsenek korlátok. Egyedül Istennek van meg az a kiváltsága, hogy léteznie kell.

Cselekedeteink háromnegyed részében empirikusak vagyunk: például mindennap feltételezzük, hogy másnap is felkel a Nap. Csak a csillagász feltételez a Nap felkeltére annak okából. Leibniz szerint a karteziánusok abban tévedtek, hogy nem vették figyelembe a percepciókat, amiknek nem vagyunk tudatában: a lélek nem különül el a testtől, és nem is halhatatlan. A gondolkodás két elven alapul: az ellentmondás és az elégséges alap elve. Monadológia.

Antropológia

Leibniz szerint a lélek azon monászok összessége, amelyeknek percepciói határozottabbak, és valamilyen emlékezet társul hozzájuk. A szubsztancia minden jelen állapota valamilyen előző állapotnak a következménye, ezért amikor alszunk, akkor is vannak percepcióink, csak nem vagyunk ennek tudatában. Énünkhöz a reflexió útján jutunk el.

Logika

Leibniz meggyőződése volt, hogy a gondolkozásnak is megvannak az alapszámokhoz hasonló alapfogalmai *(alphabetum cogitationum humanarum)*, melyekhez az összetett fogalmak felbontásával juthatunk. A fogalmak matematikai jegyekkel *(character)* való jelzésével a matematikához hasonló kombinatív műveletekre lennénk képesek, melyek – pontos fogalmi analízis esetén – feltétlen bizonyosságot nyújtó képletekhez vezetnének. Az egyes tudományok sajátos tárgyának megfelelő jelrendszer *(characteristica universalis)* kiépítésével biztosítható lenne az egyetemes tudomány *(scientia universalis),* amely a világnyelv problémáját is megoldaná.

Teodicea

Turay Alfréd szerint „A teodicea (gör. theosz: isten; dikaiószisz: igazolás) kifejezést először Leibniz használta a filozófiai istentan jelölésére. A *teodicea* egyrészt Isten létének filozófiai igazolását jelenti, másrészt pedig Isten „igazolását" a világban tapasztalható rosszal szemben."

Leibniz elsőként vetette fel az elégséges alap elvét, mely azt mondja ki, hogy „semmi sem jön létre elégséges ok nélkül." Ehhez szükségképpen kapcsolódik a kérdés: akkor „miért van inkább valami, mint semmi"? Az elégséges alap elve a gondolkodás lehetőségi feltételét fogalmazza meg, a semmire vonatkozó kijelentésben pedig a gondolkodás tapasztalata csapódik le: a világ dolgai esetlegesek. A kontingens létezők léte magában foglalja a nemlét lehetőségét, nemcsak a letét. A Világegyetem elégséges oka éppen ezért nem található meg a véges létezők egymásra következésében. Ha az Univerzum elegendő oka csak olyan lehet, amelynek nincs szüksége rajta kívül semmi másra. Akkor ez az ok nem található meg a világ összefüggéseiben, hanem csak az azt megokoló, szükségképpeni, léte okát magában hordó szubsztanciában. Ezt a végső okot nevezzük Istennek – mondja Leibniz. Ezzel azonban nem Istenről, hanem a világról állít valamit, továbbá beleütközik a tudományos takarékosság elvébe: Isten a szükségszerű szubsztancia más elnevezése.

Isten végtelen sok világot teremthetett volna, de ő ezek közül csak a legjobbat teremtette meg, jósága miatt. E világban pedig teljes harmónia van (praestabilita harmonia), amit Isten előre elrendezett. Turay Alfréd kiemeli, hogy „Isten a lehetséges világok közül az együtt-lehetőség törvényét (lex compossibilitatis) figyelembe véve a legjobbat teremtette. Ez a törvény azt mondja ki, hogy nem valamennyi lehetséges kombináció valósulhat meg együtt (például, ha Isten szabad lényt akart, nem zárhatta ki a bűn és a nyomában járó szenvedés lehetőségét). A világban lévő *rossz nem cáfolja* Isten létét."

„Leibniz a hagyományos természetes teológia helyett megalkotja a teodiceát, mely Isten létét kívánja bizonyítani a világ nyomorúságával szemben. A rossz, a disszonancia a harmónia feltétele. Voltaire szerint azonban ez nem optimizmus, hanem megalkuvás a nyomorúsággal. Leibniz igazságának magva a nyomorúságban, a rosszban és a tökéletlenben rejlő hajtóerő a jobb, a tökéletesebb, a teljesebb felé" – vallja Nyíri Tamás

Művei

Műveit németül, franciául vagy latinul írta.

- *Dissertatio de Arte Combinatoria*, 1666
- *De Casibus Perplexis*, 1667
- *Nova methodus docendae discendaeque iurisprudentiae*, 1667
- *Hypothesis Physica Nova*, 1671
- *Nova Methodus pro Maximis et Minimis, itemque Tangentibus*, 1684
- *Essais de Théodicée sur la Bonté de Dieu, la Liberté de l´Homme et l'Original du Mal*, 1710
- *Lehrsätze über die Monadologie*, 1720
- *Neuen Abhandlungen über den menschlichen Verstand*, posztumusz, 1765

Magyarul:

- *Értekezések*; ford. Bauer Simon, Vida Sándor, bev., jegyz. Vida Sándor; Franklin, Bp., 1907 *(Filozófiai írók tára)*
- *Újabb vizsgálódások az emberi értelemről*; ford., jegyz. Rácz Lajos; Akadémia, Bp., 1930 *(Az Akadémia filozófiai könyvtára)*
- *Gottfried Wilhelm Leibniz válogatott filozófiai írásai*; vál. Márkus György, utószó Horváth Miklós, jegyz. Fehér Márta, Keszthelyi András, ford. Endreffy Zoltán, Nyíri Tamás; Európa, Bp., 1986
- *A Leibniz-Clarke levelezés*; ford. Bálint Péter; L'Harmattan–SZTE Filozófia Tanszék, Bp.–Szeged, 2005 *(Rezonőr)*
- *Újabb értekezések az emberi értelemről*; ford. Boros Gábor et al.; L'Harmattan–SZTE Filozófia Tanszék, Bp.–Szeged, 2005 *(Rezonőr)*

Érdekességek

1. Leibniz aláírása:

2. Leibniz szobra Berlinben:

5. A 18. és a 19-ik század matematikusai

A 18-ik század „felvilágosult” nagy uralkodói is támogatták a tudósokat és a művészeket, ezzel is emelni akarták a királyi udvaruk rangját. Ennek pozzitív hatása azt volt, hogy a tudományokkal való foglalkozás nemcsak a gazdag emberek kiváltsága maradt.

A matematika új eredményeinek közlése eleinte a tudósok egymás közötti levelezése, illetve a könyvben történő megjelenés volt. Később már a tudományos folyóiratokban történő publikálás vált a közzététel fő formájává. (Ez a gyakorlat még jellemző napjainkra is.) Az első tudományos folyóiratot Leibniz alapította Lipcsében 1682-ben „Acta Eruditorium” címmel. (Tudósok folyóirata)

A 18-ik századot a francia felvilágosodás eszméi uralták. Hittek az ész erejében, a világ megismerhetőségében és a jelenségek kiszámíthatóságában. A század végére (a nagy fejlődés hatására) sokan azt hitték, hogy a matematikában már nem is maradt sok dolog, ami „felfedezésre vár”.

A 19-ik század erre a nézetre alaposan rácáfolt! A megújulás azonban nem a francia matematikusoktól jött, hanem a német Gausstól indult el.

A függvényeknek az analízis segítségével történő vizsgálata olyan természeti jelenségek matematikai elemzését tette lehetővé, amelyeket korábban nem tudtak elképzelni sem. (Pl. a változó sebességű mozgások, a rezgő húr alakja, a hővezetés kérdései, stb.) Ezeketa problémákat általában differenciálegyenletek formájában tudták leírni, amelyek megoldása adta a folyamatokat leíró függvényt.

Az analízis térhódítását az sem akadályozta, hogy az alapjául szolgáló „végtelen kicsi” fogalmát még nem tisztázták, így ellentmondásos volt. A fogalmi tisztázásra csak a határérték fogalmának a bevezetésével, majd az irracionális szám pontos definiciójával került sor.

Ebben a korban lett önálló tudományág a számelmélet Fermat, Euler és Gauss munkássága révén. Ekkor indult el a projektív geometria (Desarques, Pascal), az ábrázoló geometria, a differenciál geometria, a valószínűségszámítás, és a kombinatorika fejlődése. Ide nyúlnak vissza (Euler és Lagrange munkássága miatt) a csoportelmélet, variációszámítás,topológia és a gráfelmélet gyökerei is. Ekkor készültek el az első számológépek, a mai elektromos számítógépek ősei.

A 18-ik század legnagyobb matematikusai a svájci születésű Euler és a francia Lagrange voltak. Mellettük a svájci Bernoulli család tagjai, a francia Laplace és Monge értek el kiemelkedő eredményeket a különböző területeken. A 18-ik század adta a matematika történetének második jelentős (az Alexandriai Hüpatia óta) női tudósát, az olasz Agnesi személyében.

Az újkori és a modern matematika határán található a matematika egyik óriási alakja: Gauss. Sok régi megoldhatatlannak tűnő problémát oldott meg a számelmélet és az algebra területén. A bizonyítási igényt és a logikai szigorúságot magasabb szintre emelte. Ezzel előkészítette a matematikát egy új korszak kialakulásához, amelyet a szemlélettől való elszakadás és az axiomatikusan felépített rendszer jellemez.

A 19-ik században a matematikai kutatások központja ismét az egyetemek lettek. Az első tisztán matematikai folyóirat 1810-ben jelent meg *Annales de Mathematiques* címen, amely főleg elemi matematikai témákkal foglalkozott. A felső matematikának szentelt első folyóiratok a német *Crelle Journal* (1826) és a francia *Liowille Journal* (1836) voltak.

A vezető szerepet a franciáktól fokozatosan a német egyetemek vették át (a göttingeni, majd a berlini). Német matematikusok végezték el a geometria és az analízis modernizálását. Az algebra megújítása viszont a cambrigde-i egyetem kutatóinak a munkája.

A 19-ik századi matematika három legfontosabb eseménye: a geometria, az algebra és az analízis felszabadítása volt a korábbi gondolkodásmód alól.

5.1. Leonhard Euler (1707.04.15.-1783.09.18.)

Emanuel Handmann festménye, 1753

Svájci matematikus és fizikus, a matematikatörténet egyik legtermékenyebb és legjelentősebb alakja.

Élete

Édesapja Paul Euler (1670–1745) kálvinista lelkész, anyja Margaretha Brucker (1677–1761), aki előkelő ősöket felvonultató családból származott. Leonhard Euler a svájci Bázelban született a házaspár első gyermekeként. Három testvére volt: két húga, Anna Maria (1708–1778), és Maria Magdalena (1711–1799), öccse Johann Heinrich (1719–1750). Apja Leonhardot is lelkészi pályára szánta. Paul Euler barátja volt Johann Bernoulli matematikus, aki később Leonhard matematikai tanulmányaival is foglalkozott. Paul Euler diákkorában Jakob Bernoulli tanítványa volt. Apja kezdte el Leonhardot matematikai ismeretekre oktatni.

Bár Bázelben született, de egyéves korától a gyerekkora jelentős részét a szomszédos Riehenben töltötte, mivel apja ott prédikált, ezért szülei odaköltöztek. Itt járt iskolába, de ott csak a latin nyelvet oktatták, ezért apja „magántanárt” fogadott mellé, egy fiatal teológust, Johannes Burckhardt-ot (1691–1743), aki rajongott a matematikáért. Leonhard 1720-tól, tizennégy éves korától a bázeli egyetemen teológiát tanult. De ennél sokkal jobban érdekelte a matematika, amit a bázeli egyetemen nem tanítottak. Magánúton, matematikai könyvekből tanult. Már jó úton haladt, hogy apja kívánságának megfelelően lelkész legyen, amikor Johann Bernoulli észrevette Leonhard Euler matematikai tehetségét.

Johann Bernoulli meggyőzte Pault, hogy fia neves matematikus lehet. Az édesapja beleegyezett, hogy fia inkább matematikus legyen, így az eredetileg elkezdett tanulmányait 1723-ban (a másoknál szokásos tanulási időtartamnál másfél évvel hamarabb) befejezve megkapta a *primam lauream* fokozatot (ez nagyjából a mai érettséginek felel meg) és a *magister* címet, majd matematikát kezdett tanulni. Abból 1726-ban kapta meg a végzést igazoló okiratot. 1727-ben a Francia Tudományos Akadémia által kiírt pályázaton, aminek témája „az árbócok legjobb elrendezése a hajókon", második díjat nyert.

Daniel Bernoulli hívta 1727-ben a két évvel korábban létrehozott Szentpétervári Tudományos Akadémiára. 1731-ben a fizika professzora, majd két évvel később a matematikai osztály vezetője lett. Ez utóbbit Daniel Bernoullitól vette át, aki betegsége miatt visszaköltözött Svájcba. Ezekben az években Christian Goldbachhal is találkozott. 1734. január 7-én feleségül vette Katharina Gsellt, 13 gyermekük született, de mindössze öt érte meg a felnőttkort.

1735-ben kezdődtek egészségi problémái. Ebben az évben egy súlyos láz majdnem a halálát okozta. 1740-ben a jobb szemére megvakult, de egy sikeres műtét visszahozta a látását. Később azonban újra elvesztette, és a műtét következtében 1771-ben a másik szemére is megvakult. Munkáinak több mint felét vakon hozta létre, amiben szentpétervári munkatársai és gyerekei önzetlenül segítették.

1736-ban jelent meg *Mechanica* (Mechanika) című munkája, ami mérföldkő volt a tudományág életében, ugyanis Euler ebben mutatta be azokat a matematikai eszközöket, amiket a mechanika tanulmányozása során alkalmazni lehet. 1738-ban, majd 1740-ben is elnyerte a Francia Tudományos Akadémia nagydíját. Ekkor már elismert tudósnak számított.

1741-ben Nagy Frigyes porosz király hívására Berlinbe költözött, ahol részt vett a Berlini Tudományos Akadémia megszervezésében. Az Akadémia alelnöke és a matematikai osztály vezetője volt 1766-ig. Ekkor elhagyta Berlint, mivel az időközben az akadémiára érkező D'Alembert-rel képtelen volt együtt dolgozni.

Ezután ismét Szentpéterváron alkotott egészen 1783. szeptember 18-ig, amikor agyvérzés következtében meghalt.

Munkássága

Rendkívül termékeny és sokoldalú tudós, elsősorban matematikus, de kiváló fizikus is volt. Huszonnyolc nagyobb művet és több mint nyolcszáz értekezést írt. A matematika szinte valamennyi ágában maradandót alkotott.

1. A számelméletben megtalálta a 8. tökéletes számot és 59 barátságos számpárt.

2. Bizonyította, hogy minden páros tökéletes szám $2^k \cdot (2^{k-1} - 1)$ alakú.

3. Megmutatta, hogy az ötödik Fermat-szám összetett: F_5 osztható 641-gyel.

4. Első publikált bizonyítását adta Fermat állításának: minden $4k+1$ alakú prímszám két négyzetszám összege.

5. Ő jelölte először π-vel a kör kerületének és átmérőjének arányát, *e*-vel az $\left(1+\frac{1}{n}\right)^n$ sorozat határértékét, amit később róla neveztek el.

6. Levezette az $e^{i\pi} + 1 = 0$ egyenlőséget.

7. Az analitikus geometria keretében szinte egymaga megalkotta a ma használatos trigonometriát.

8. 1748-ban megjelent könyvében szereplő koordináta-rendszernek két tengelye volt, melyeken már negatív értékek is szerepeltek. Gyakran használt polárkoordinátákat is.

9. Síkgeometriában felfedezte és a nevét viseli a háromszög Euler-egyenese (1744).

10. Felfedezte a Feuerbach-kört.

11. Bebizonyította a róla elnevezett Euler-tételt, mely felírja a háromszög köréírt és beírt körének középpontjai közötti távolságot a két kör sugara segítségével.

12. Bizonyította a róla elnevezett Euler-féle poliédertételt, mely összefüggést ad egy poliéder csúcsainak, éleinek és lapjainak száma között (1744).

13. Elsőként haladta meg a kúpszeletek tárgyalása során Apollóniosz eredményeit.

14. A gráfelmélet nyitányát jelenti a königsbergi hidak általa megoldott problémája.

15. Megoldotta a karcsú rudak rugalmas kihajlásának problémáját.

16. A hidrodinamikát ma is az ő felfogásában tárgyalják.

17. Az örvényszivattyúk és turbinák méretezését ma is az Euler-turbinaegyenlet szerint végzik.

18. A pörgettyűmozgást az Euler-féle kinetikai egyenletek segítségével vizsgálta.

19. Foglalkozott valószínűségszámítással, komplex számokkal, harmonikus sorokkal, moduláris aritmetikával, differenciálegyenletekkel.

20. A csillagászatban foglalkozott a bolygók pályáinak kiszámításával.

21. Az optikában a kromatikus aberráció matematikai elemzésével.

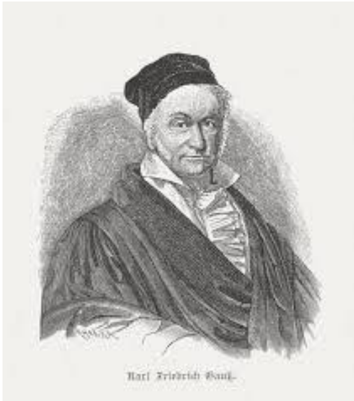
22. Írt könyvet a hidraulikáról, hajótervezésről, tüzérségről, zenéről. Jelentős térképészeti munkát is végzett.

23. Foglalkozott a tudományos módszerek népszerűsítésével is. 1768 és 1772 között jelent meg háromkötetes, *Levelek a német hercegnőhöz* címet viselő munkája, ami ezeket a népszerű tudományos témákkal foglalkozó írásait tartalmazza.

24. Halálakor 560 megjelent műve volt, posztumusz cikkeit a Szentpétervári Akadémia folyamatosan adta ki. 1843-ban, amikor úgy tűnt, mindet feldolgozták, a lista 756 tagot tartalmazott. Ekkor váratlanul 61 kéziratot találtak. A huszadik század elején összeállított listán 866 írás van.

Leonhard Euler aláírása

5.2. Carl Friedrich Gauss (1777.04.30.-1855.02.23.)



Munkásságának elismeréseként „a matematika fejedelme” névvel illetik. Kiváló tehetségű, sokoldalú tudósként a tudomány számos területének fejlődéséhez járult hozzá. A számelmélethez, az analízishez, a differenciálgeometriához, a geodéziához, a mágnesességhez, az asztronómiához és az optikához. Olyan komoly hatása volt a matematika és a természettudomány több területére, hogy Euler, Newton és Arkhimédész mellett minden idők egyik legnagyobb matematikusaként tartják számon.

Csodagyerek volt. Kisgyermekkori, meghökkentő érettségéről anekdoták keringenek. Még csak tinédzser volt, amikor első áttörő matematikai felfedezéseit elérte. 21 évesen fejezte be élete fő művét, a *Disquisitiones Arithmeticae*-t, ami döntő szerepet játszott a számelmélet tudományágként való megszilárdulásában, és máig formálja ezt a területet. Csillagászként kiszámította a Naprendszer legnagyobb kisbolygója, a Ceres pályáját, és kidolgozta a perturbációelméletet.

Fiatalkora

Gauss Braunschweigben született, a németországi Braunschweig-Lüneburgi hercegségben (ma Alsó-Szászország része), műveletlen alacsonyabb osztálybeli szülők egyetlen gyermekeként. A legenda szerint tehetsége már hároméves korában megmutatkozott, amikor fejben kijavított egy összeadási hibát, melyet apja akkor vétett, amikor papíron számolta a pénzügyeket.

Egy másik híres történet, amely a szájhagyomány útján átalakult, arról szól, hogy az általános iskolai tanára, J. G. Büttner diákjait azzal akarta lefoglalni, hogy 1-től 100-ig adják össze az egész számokat. A fiatal Gauss mindenki megdöbbenésére másodpercek alatt előrukkolt a helyes megoldással, megvillantva matematikai éleselméjűségét.

A számsor alá visszafele leírta a számokat, majd az oszlopokat összeadta, így azonos összegeket kapott: $1 + 100 = 2 + 99 = 3 + 98 = 101$ stb., ami összesen 50 darab számpár. Ezért: $50 \cdot 101 = 5050$. Vagyis kitalálta a számtani sorozatok összegképletét. (Napjainkban ezt a gimnázium 12-dik évfolyamán tanulják a diákok.)

Braunschweig hercege ösztöndíjat adományozott Gaussnak a Collegium Carolinumba (ma Technische Universität Braunschweig), ahova 1792 és 1795 között járt. Innen a Göttingeni Egyetemre ment, ahol 1795 és 1798 között folytatta tanulmányait. Ez idő alatt önállóan újra bizonyított számos fontos tételt.

1796-ban tört be a tudományos életbe, amikor sikerült megmutatnia, hogy bármely olyan szabályos sokszög, amely oldalainak száma Fermat-prím, megszerkeszthető körző és vonalzó segítségével.

(Ebből következik, hogy azok a szabályos sokszögek is megszerkeszthetőek, melyek oldalszáma előállítható különböző Fermat-prímek és 2 valamelyik hatványának szorzataként.)

Ez jelentős felfedezés volt a matematika egyik fontos területén. A szerkesztési problémák az ókori görögök óta foglalkoztatták a matematikusokat. Gauss olyannyira elégedett volt ezzel az eredménnyel, hogy azt kérte, egy szabályos heptadekagont (17-szöget) véssenek a sírkövére. A sírköves ezt visszautasította, állítva, hogy a bonyolult szerkesztés alapvetően úgy nézne ki, mint egy kör.

1796 valószínűleg a legtermékenyebb év volt mind Gauss, mind a számelmélet számára. A 17-szög szerkesztését március 30-án publikálta. Az osztási maradékok azonosságán alapuló kongruencia relációját bevezetve megteremtette a moduláris számelméletet. Ez igencsak megkönnyítette sok nehéz számelméleti probléma kezelését.

Híres tételét a kvadratikus reciprocitásról április 8-án bizonyította. Ennek a figyelemre méltó tételnek a segítségével a matematikusok meghatározhatják a megoldhatóságát bármely másodfokú kongruenciának. A prímszámtétel, melyet május 31-én sejtett meg, használható képet ad a prímszámok egész számok közti eloszlásáról. Gauss július 10-én azt is észrevette, hogy bármely pozitív egész felírható legfeljebb három háromszögszám összegeként, majd naplójába lefirkantotta a híres szavakat:

„Heuréka! num=Δ+Δ+Δ."

Október 1-jén publikált egy eredményt polinomok megoldásainak számával kapcsolatban, amely 150 évvel később végül a Weil-sejtéshez vezetett.

Élete derekán

1799-es disszertációjában Gauss egy bizonyítást adott az algebra alaptételére. Ez a fontos tétel azt állítja, hogy minden legalább elsőfokú, valós vagy komplex együtthatós polinomnak van komplex gyöke. Más matematikusok már megpróbálták bizonyítani előtte, például d'Alembert is. Gauss disszertációja az összes korábbi bizonyítás kritikáját tartalmazta és adott egy újat. Saját maga jelölte ki ennek egy gyenge pontját: feltételezett egy algebrai görbékre vonatkozó szemléletes állítást. Azt ígérte, ezt precízen igazolja majd egy későbbi cikkében, ez a cikk azonban sohasem született meg. Gauss életében még három bizonyítást adott erre a tételre, részben valószínűleg disszertációjának hiányosságai miatt. Az utolsó, 1849-es bizonyítása mai mércével mérve is nagyon precíz. Próbálkozásai útközben nagymértékben letisztították a komplex számok fogalmát.

1800-ban publikálta máig is használatos húsvétképletét.

Gauss a számelmélethez is jelentősen hozzájárult 1801-es könyvével, a *Disquisitiones Arithmeticae*-vel, amely a moduláris aritmetika tiszta bemutatását tartalmazza, valamint a kvadratikus reciprocitás tételének első két bizonyítását.

Ugyanezen év január 1-jén Giuseppe Piazzi olasz csillagász felfedezte a Ceres kisbolygót. Ez a momentum sarkallta Gausst arra, hogy megírja munkáját a kisbolygók nagybolygók által megzavart mozgásának elméletéről. Ezt végül 1809-ben publikálta *Theoria motus corporum coelestium in sectionibus conicis solem ambientum* (a Nap körül kúpmetszetekben mozgó égitestek mozgásának elmélete) címen. Piazzi még csak néhány hónapja figyelte a Cerest, három fokon át követve az égen, amikor az átmenetileg eltűnt a Nap ragyogása mögé. További hónapokkal később, amikor a Ceresnek ismét meg kellett volna jelennie, Piazzinak nem sikerült megtalálnia. A kor matematikai eszközei nem voltak képesek egy pozíciót extrapolálni ilyen csekély mennyiségű adatból. (Három fok a teljes keringési pálya kevesebb, mint egy százalékát teszi ki.)

Gauss, aki ekkor 23 éves volt, hallott a problémáról, így hát nekiveselkedett. Három hónap intenzív munkát követően, 1801 decemberében megjósolt egy pozíciót a Ceresnek – épp egy évvel az első megfigyelése után – és ez fél fokra pontosnak bizonyult. Zách János Ferenc 1801. december 31-én Gothában, majd egy nappal később Heinrich Olbers Brémában is újra felfedezte a kisbolygót.

Zach megjegyezte, hogy *„Doctor Gauss intelligens munkája nélkül lehet, hogy soha többé nem találtuk volna meg a Cerest.”* A Cereshez kapcsolódó számításai alapján kidolgozta a perturbációelméletet.

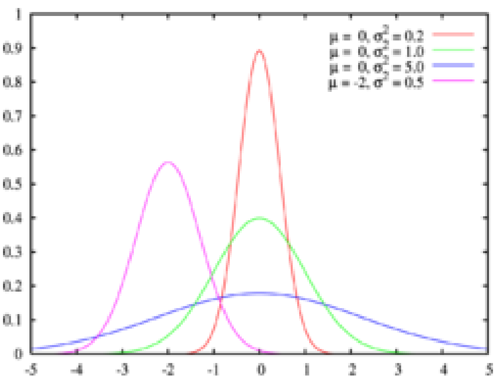
Számításai közben olyannyira modernizálta a 18. század pályajóslásának nehézkes matematikáját, hogy a néhány évvel később *Az égitestek mozgásának elmélete* címen publikált műve a csillagászati számítás mérföldkövének számít. Ez bevezette a Gauss-féle gravitációs állandót, tartalmazta a legkisebb négyzetek módszerének hathatós kezelését. Ezt mind a mai napig használják minden tudományágban a mérési hiba hatásának minimalizálására. Gauss ezt a módszert 1809-ben be tudta bizonyítani a normális eloszlású hibák feltétele mellett (lásd a Gauss-Markov tételt). Az eljárást Adrien-Marie Legendre már korábban, 1805-ben leírta, de Gauss azt állította, hogy ő már 1795 óta használta.

Bár a herceg addig fizetéssel támogatta, nem mert teljesen a kegydíjra támaszkodni, továbbá úgy vélte, hogy a tiszta matematika nem annyira fontos, hogy támogatást érdemeljen. Így keresett egy csillagászi állást, és 1807-ben a göttingeni csillagászati obszervatórium csillagászprofesszora és igazgatója lett, s e posztokat élete végéig megtartotta.

Az 1810-es évek végén Gausst megkérték arra, hogy hajtson végre geodéziai vizsgálatot Hannover államban, hogy összekapcsolódjon a meglévő dán térképhálózattal. Gauss örömmel elfogadta a felkérést és személyes gondjaiba vette a vizsgálatot, nappal méréseket végzett, éjszakánként rendszerezte az eredményeket, felhasználva rendkívüli szellemi kapacitását a számításokra. Rendszeresen írt Schumachernek, Olbersnek és Besselnek, jelentve a haladását és problémákat fejtegetve. A vizsgálat részeként Gauss feltalálta a heliotrópot, amely a Nap sugarainak visszaverésével működött, tükörkészletet és egy kis teleszkópot felhasználva.

Gauss azt is állította, hogy felfedezte a nemeuklideszi geometriák lehetőségét, de sohasem publikálta. Ez a felfedezés jelentős paradigmaváltás volt a matematikában, mivel megszabadította a matematikusokat attól a tévhittől, hogy Euklidesz axiómáinak alkalmazása az egyetlen út a geometria következetessé és ellentmondásoktól mentessé tételére. Ezeken a geometriákon végzett kutatások vezettek többek között Albert Einstein relativitáselméletéhez, amely a világegyetemet nemeuklidesziként írja le. Barátja, Bolyai Farkas (akivel Gauss még diákként örök barátságot fogadott) éveken keresztül hiába próbálta bizonyítani a párhuzamossági axiómát Euklidesz többi geometriai axiómájából.

Bolyai fia, Bolyai János 1829-ben fedezte fel a nemeuklideszi geometriát, a munkáit 1832-ben publikálta. Miután ezt látta Gauss, azt írta Bolyai Farkasnak: *„Ezt dicsérni saját magam dicséretével járna. Mivel a munka teljes tartalma szinte teljesen megegyezik saját gondolataimmal, amelyek az utolsó 30-35 évben lefoglalták az agyamat.”* Ez a be nem bizonyított állítás nagy terhet helyezett Bolyai Jánossal való kapcsolatára, aki úgy gondolta, hogy Gauss ellopta az ő ötletét.



Gauss-eloszlás a statisztikában

A hannoveri vizsgálat később a Gauss-eloszlás (amelyet normál eloszlásként is ismernek) kidolgozásához vezetett, a mérési hibák leírására. Sőt, ez felkeltette Gauss érdeklődését a differenciálgeometria iránt (ez a matematikának egy, görbékkel és felületekkel foglalkozó ága). Ezen a területen egy fontos tétellel állt elő: a theorema egregiummal (latinul „*nevezetes tétel*”), amely a görbület fogalmának egy fontos tulajdonságát állapítja meg. Hétköznapi nyelven a tétel azt állítja, hogy a felület görbülete teljes egészében meghatározható szögek és távolságok mérésével a felületen. Vagyis a felület görbületi viszonyainak, s ezáltal a háromdimenziós térbe való „beágyazottságának” módja anélkül is megismerhető, hogy a felületből kilépnénk, és magát a teljes teret is ismernénk.

Kései évek, halála és utóélete

1831-ben Gauss gyümölcsözően működött együtt Wilhelm Weber fizikaprofesszorral. Ez új ismeretekhez vezetett a mágnesség terén (beleértve a mágnesség mértékegységeinek kitalálását) és Kirchhoff huroktörvényének felfedezéséhez az elektromosságtanban. Gauss és Weber az első elektromos távírót 1833-ban készítette el, amely az obszervatóriumukat a göttingeni fizikai intézettel kapcsolta össze. Egy mágneses obszervatóriumot építtetett az obszervatórium udvarán és Weberrel megalapította a „mágneses klub”-ot *(magnetischer Verein),* amely a Föld mágneses mezőjének mérését támogatta szerte a világon.

Kifejlesztett egy módszert a mágneses mező horizontális intenzitásának mérésére. Ez egészen a XX. század második feléig használatban volt és elősegítette a Föld mágneses mezője belső (mag és kéreg), valamint külső részének (magnetoszféra) elkülönítésének matematikai elméletét.

Gauss és Weber szobra Göttingában

Gauss a németországi Göttingenben hunyt el, Hannover államban (ma Alsó-Szászország része), 1855-ben, és ott az *Albanifriedhof* temetőben hantolták el. Az agyát megőrizték, és Robert Wagner tanulmányozta. Azt 1492 gramm tömegűnek és 219 588 négyzetcentiméter felszínűnek találta. Továbbá magas fejlettségi szintű agytekervényeket is találtak benne, amellyel a XX. század elején zsenialitását magyarázták (Dunnington, 1927).

Családi élete

Gauss magánéletét beárnyékolta szeretett első feleségének, Johanna Osthoffnak a korai, 1809-ben bekövetkezett halála, amelyet nem sokkal később egyik gyermekük, Louis halála követett. Gauss depresszióba zuhant, amelyből sosem épült fel teljesen. Újra megnősült, elvette első feleségének egyik barátnőjét, Friederica Wilhelmine Waldecket (Minna), de ez a házasság nem sok örömöt szerzett neki. Mikor 1831-ben hosszú betegség után második hitvese is eltávozott az élők sorából, egyik lánya, Therese vette át a háztartás vezetését, és ő gondoskodott Gaussról egészen a halála napjáig. Gauss édesanyja 1817-től 1839-ben bekövetkezett haláláig az ő házában élt.

Gaussnak hat gyermeke született, mindkét feleségétől három. Johannától (1780–1809) Joseph (1806–1873), Wilhelmina (1808–1846) és Louis (1809–1810). Gyermekei közül állítólag Wilhelmina örökölte a legtöbb tehetséget tőle, ám ő hamar elhunyt. Minna Waldecktől született Eugene (1811–1896), Wilhelm (1813–1879) és Therese (1816–1864).

Eugene az Egyesült Államokba emigrált, miután 1832 körül összeveszett apjával, végül St. Charles, Missouriban telepedett le, ahol a közösség igen megbecsült tagjává vált. Wilhelm valamivel később telepedett le Missouriban, először farmerként tevékenykedett, majd később a cipőiparban gazdagodott meg, St. Louisban. Therese apja haláláig a háztartást vezette, majd negyvenévesen férjhez ment.

Személyisége

Gauss buzgó és szorgalmas maximalista volt. Egy jellemző (de nem igaz) anekdota szerint Gausst egyszer egy nagyon bonyolult számítás közepette félbeszakították azzal, hogy a felesége haldoklik, mire ő így felelt: *„Szóljatok neki, hogy várjon, amíg befejezem!”*

Nem volt termékeny író, nem engedte azokat a műveit publikálni, amelyek szerinte még nem voltak teljesen készek és kritikán felüliek. Ez a hozzáállás személyes mottójának köszönhető: *„pauca sed matura”* (keveset, de érettet)

Egy, a személyes naplóiról készült tanulmány megállapította, hogy valóban több fontos matematikai fogalmat fedezett föl évekkel vagy évtizedekkel azelőtt, hogy azt kortársai publikálták volna. A prominens matematika-történész, Eric Temple Bell 1937-ben azt állította, hogy ha Gauss felfedte volna összes eredményét, a matematika ötven évet haladt volna előre.

Egy másik kritika azt sérelmezi Gauss-szal kapcsolatban, hogy nem támogatta ifjú követőit. Alig-alig dolgozott más matematikusokkal együtt, sokak zárkózottnak és barátságtalannak tartották. Bár fogadott maga mellé néhány tanítványt, köztudott volt róla, hogy nem szeretett tanítani. Állítólag csak egyszer vett részt egy tudományos konferencián, 1828-ban, Berlinben. Azonban tanítványai közül mégis többen befolyásos matematikusokká váltak, mint például Richard Dedekind, Bernhard Riemann és Sophie Germain.

Gauss általában nem jött ki jól férfi rokonaival. Apja azt szerette volna, ha nyomdokaiba lép, azaz kőműves lesz. Nem támogatta Gauss matematikai és tudományos iskoláztatását, így Gausst elsősorban édesanyja segítette erőfeszítéseiben. De ugyanígy voltak nézeteltérései fiaival, akik közül kettő az USA-ba emigrált.

Nem akarta, hogy bármelyik fia matematikai vagy tudományos pályára lépjen, nehogy „beszennyezzék a családi hírnevet”. Eugene-nel való konfliktusa különösen keserű volt. Gauss Eugene-t ügyvédnek akarta taníttatni, de őt a nyelvek érdekelték. Volt egy összetűzésük egy bál körül, amelyet Eugene tartott, de Gauss nem akarta kifizetni. A fiú dühösen távozott Amerikába, ahol meglehetős sikereket ért el. Jó pár évbe beletelt, mire a róla Gauss barátaiban és kollégáiban kialakult képet ellensúlyozni tudta sikereivel.

Gauss mélyen vallásos és konzervatív ember volt, a monarchiát támogatta Napóleon ellenében, akit a forradalom kinövésének tartott.

Emlékezete

1989-től 2000 végéig az ő arcképe és egy normál eloszlású görbe szerepelt a német tízmárkás bankjegyen. Németország három róla megemlékező bélyeget is kibocsátott.

G. Waldo Dunnington egész életében Gausst tanulmányozta. Rengeteg cikket írt, 1955-ben publikálta életrajzát is. *Carl Friedrich Gauss: Titan of Science* (A tudomány óriása). Ezt a könyvet 2004-ben, majdnem 50 év után ismét kiadták.

Gauß Daniel Kehlmann német-osztrák író sikerregényének, *A világ fölmérésé*nek egyik központi figurája.

A Holdon a Gauss-krátert az ő tiszteletére nevezték el, ahogyan az 1001 Gaussia aszteroidát is.

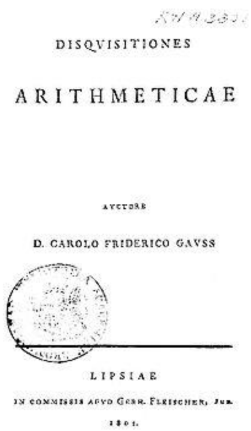
A matematikában több fogalom is őrzi a nevét:

- Gauss-egészek, azok az $a + bi$ alakú komplex számok, ahol a és b is egész szám
- Gauss-összeg
- Gauss-lemma
- Gauss–Lucas-tétel
- Gauss-eliminációnak nevezik a lineáris egyenletrendszerek megoldásának egyik lehetséges módszerét.
- A normális eloszlást szokás Gauss-eloszlásnak is nevezni.
- A sztochasztikus folyamatok egy speciális esetét Gauss-folyamatnak nevezik.
- A differenciálgeometria egyik lényeges fogalma a Gauss-görbület, ami a felületek belső geometriájának fontos invariánsa.
- Gauss–Osztrohradszkij-tétel
- Gauss–Seidel-módszer
- Gauss–Krüger-féle vetületi rendszer, melyet jelenleg is sok helyen használnak a térképészetben
- Gauss-gömb, mely az ún. *kettős vetítés*t alkalmazó ellipszoidi vetületeknél játszik alapvető szerepet
- Gauss (mértékegység) – a róla elnevezett mágneses térerősség egysége
- Gauss-féle első és második alapmennyiség – differenciálgeometriai fogalmak

Érdekességek

1. Gauss szobra Braunschweigben

2. Gauss *Disquisitiones Arithmeticae*-jének címoldala



DISQVISITIONES

ARITHMETICAE

AVCTORE

D. CAROLO FRIDERICO GAVSS

LIPSIAE

IN COMMISSIS APVD GERH. FLEISCHER, IVN.

1801.

3. Gauss szülőháza Braunschweigben

4. 1955-ös német postabélyeg, amely Gauss halálának 100. évfordulójáról emlékezik meg.

5. 10 német márka, német bankjegy Gauss arcképével

6. Németország Göttingen városában az Albani temetőben (Albani-Friedhof) nyugszik.

Utolsó kívánsága az volt, hogy egyik korai és számára legkedvesebb felfedezésének, a 17 oldalú szabályos sokszög szerkesztésének emlékére sírkövére egy **szabályos 17 szög**et véssenek. Ezt ugyan nem teljesítették, de szülővárosában a tiszteletére emelt szobor talapzatán látható a szabályos 17 oldalú sokszög.

5.3. Évariste Galois (1811.10.25.-1832.05.31.)

Iskoláit a Lycée Louis-le-Grand-ban, majd az École normale supérieure-ön végezte. Élete során több iskolával is próbálkozott, és kéziratait is számos alkalommal próbálta különböző fórumokon megjelentetni, de ez életében nem történt meg. A francia politikai kavargás alatt egy nyilvános levele miatt (melyet az iskola ideiglenes bezárása ellen írt) az *École*-ból 1831 januárjában kicsapták.

Rövid időre elment katonának (a republikánus tüzérséghez, melyet nem sokkal utána feloszlattak). Majd egy utcai beszéde miatt felségsértésért letartóztatták, majd felmentették, részben fiatal korára tekintettel. Másnap (július 14-én, a Bastille napján) a volt katonai ruhájában, számos fegyverrel jelent meg egy tiltakozáson, ami miatt ismét letartóztatták. Hat hónapra börtönbe zárták (ahol először ivott alkoholt, ahol – rabtársa szerint – megjósolta későbbi halálának körülményeit, majd öngyilkos akart lenni, amiben cellatársai akadályozták meg). A börtönben töltött idő alatt is dolgozott matematikai elméletein. 1832. április 29-én szabadult.

1832 május 30-án, 20 évesen párbaj során halt meg, melynek oka és körülményei tisztázatlanok maradtak, a legvalószínűbb egy szerelmi szál, de életrajzírói (leginkább *Eric Temple*) nem zárják ki a politikai okokból a rendőrség és a royalisták által megrendezett „párbajt" sem. Miután mellkasán lövést szenvedett mind ellenfelei mind segítője magára hagyta, és egy arra járó gazda talált rá. Másnap a *Hôpital Cochin*-ban hunyt el. Temetésén zavargások voltak úgy is, hogy a jelentősebb, tervezett eseményeket a szervezők (Jean Maximilien Lamarque halálának kapcsán) elhalasztották.

Munkássága

A Gergonne-féle *Annalesben* a szakaszos lánctörtekről, a *Liouville Journalban* a számok és az algebrai egyenletek elméletéről értekezett.

Hátrahagyott kéziratait Joseph Liouville nézte át és miután meggyőződött arról, hogy azok szakmailag hitelesek, kezdeményezésére azokat az 1846 október–novemberi Journal de Mathématiques Pures et Appliquées publikálta.

Galois vetette meg az alapjait a kombinatorikus algebra módszereinek, és fejtette ki az egyenletek algebrai megoldhatóságának kritériumát.

A Galois-elmélet az absztrakt algebra egyik meghatározó elmélete. Az elmélet kapcsolatot nyújt a testelmélet és a csoportelmélet között. Galois vívmányával a testelmélet bonyolult problémáit csoportelméleti problémákra lehet visszavezetni. Galois eredetileg polinomegyenletek gyökeinek egymással való kapcsolatát vizsgálta, ezt próbálta permutációcsoportokkal leírni. Kéziratainak egyik leghíresebb eredménye volt, hogy az ötödfokú gyökmegoldó képlet nem létezik és hogy az ötöd- és a magasabb fokú egyentelek általánosságban nem oldhatók meg gyökökkel.

Évariste Galois aláírása

A kis zseni

„Az egyetlen diák, aki rossz feleleteket adott; nem tud semmit. Előzőleg azt mondták róla, hogy matematikai tehetség: nagyon csodálkozom ezen. Vizsgaeredményei után ítélve gyenge észbeli tehetségnek látszik, vagy olyan jól eltitkolja intelligenciáját, hogy nem sikerült felfedeznem azt."

Monsieur Péclet (fizikatanár) 1830

Evariste Galois még 21 éves sem volt, amikor meghalt. Soha nem tudjuk meg, hogy mit vitt volna végbe, ha életben marad, hiszen korának legnagyobb matematikusa volt. Bár Galois összes munkája elférne egy mai szakköri füzet 60 lapján, de ez a 60 lap könyvtárakat teremtett, tartalmának kifejtése tudósok ezreit foglalkoztatta. A halálát okozó párbaj előtti éjszakán ez a páratlan lelkierejű, a matematikát szenvedélyesen szerető ifjú nem magával törődött, hanem arra volt gondja, hogy felfedezéseit ne vigye a sírba. Megérezte, hogy nem éli túl a párbajt. Egyetlen éjszaka sietősen leírta felfedezéseit, megírta tudományos végrendeletét, melyet barátjának és korábbi iskolatársának Auguste Chevalier-nak címzett. Ezen írása lefektette a modern algebra alapgondolatait, végleges feleletet adva ezzel az algebrai egyenletek több száz éves problémájára.

Neki köszönhető, hogy a holtpontra jutott algebrában új virágzás indult, hatalmasabb, mint azelőtt. Ma már ez tény, sajnos a saját korában nem ismerték el, matematikusként teljesen ismeretlen maradt. Nem értették, nem értékelték őt „zavaros, átláthatatlan, logikátlan" írásai miatt. Középszerű tanárai alig értették meg az ifjú lángész eredeti gondolatmeneteit, és igyekeztek a sablonos útra terelgetni őt. Viszont nem biztos, hogy teljes mértékben csak a tanárai tehettek arról, hogy nem ismerték fel zsenialitását.

A forradalomban, a császárság idején a tanárokat cserélgették, és gyakran nem a hozzáértés, hanem csupán a politikai megbízhatóság volt a kinevezés alapja. Az a néhány ember, aki Galois előtt elzárta az érvényesülés útját, minden valószínűség szerint mérhetetlenül sokat ártott az emberiségnek.

Most pedig nézzünk néhány anekdotát, hogy jobban megismerhessük jellemét, milyen is volt Evariste Galois. Íme, nagyságának néhány példája:

Amikor monsieur Vernier először feleltette Evariste-ot, szokatlan csönd volt. Egyes iskolatársai, akiknek feltűntek Evariste különös című olvasmányai, azt lesték, hogy fog zavarba hozni egy diák egy unalmas tanárt. Mások, akiket sértettek Evariste rövid, vagy pökhendi válaszai, azt várták, hogy most megérdemelt megaláztatásban lesz része. A csönd megzavarta a jó Vernier-t. Evariste-nak ellenére volt, hogy az osztály elé lépjen és ostoba kérdésekre feleljen. Vernier hangja nagyon barátságos volt, amikor az első kérdést feltette: „Mutassa meg, hogyan kell egy szöget két egyenlő részre osztani.” Evariste sértésnek érezte ezt a gyerekesen egyszerű kérdést. A szégyentől vörösen rajzolt egy szöget, a fakörzővel gyorsan megrajzolta az íveket, megjelölte betűkkel az ábrát és anélkül, hogy egy szót szólt volna, aláírta: $ACE\sphericalangle = BCE\sphericalangle$

„Nagyon jól van.” Vernier az osztály felé fordult:

„Sokan maguk közül egy félévvel régebben vannak ezen a tanfolyamon, mint Galois, de a kérdésemre félig olyan jól sem tudtak volna megfelelni”

A kis zseni Evariste arca e szavakra még szenvedőbb kifejezést öltött. Vernier megkérdezte: „Meg tudja magyarázni, miért egyenlőek ezek a szögek?” A miért szónak azzal adott nyomatékot, hogy jobb mutatóujját az orráig emelte. Galois nem felelt. Vernier türelmesen és barátságosan magyarázta: „A geometriában mindig meg kell mutatni, hogy valami miért igaz. Mindig kell lenni egy módszerünknek, egy jó módszerünknek, hogy a dolgokat bebizonyíthassuk. Próbálja most megmagyarázni nekem, miért egyenlőek ezek a szögek.” Barátságos hangja jelezte, hogy nem venné rossz néven, ha Galois nem tudna felelni a kérdésre. Meg volt elégedve tanítványa teljesítményével, s elég lenne, ha Galois elkezdené a magyarázatot, a tanár ezután szívesen tovább segítene.

Varnier megismételte: „Miért egyenlőek?” Az osztály feszülten várta a választ. Csak hosszú szünet után szólt. „Ez nem nyilvánvaló?” Az osztály nevetésben tört ki. Az egyik tapsolni kezdett. Egy másik így kiáltott: „Galois-nak nyilvánvaló a geometria!” Egy harmadik ezt ordította: „Galois nyilvánvalóan lángész!” „Nyugalom! Nyugalom!” Varnier megpróbálta osztályátelcsendesíteni. „Maguk nagyon rosszindulatúak társukkal. Nincs itt semmi nevetnivaló. Ahelyett, hogy segítenének neki, mulatnak a társukon.” Galois megsajnálta Varniert.

Barátságos volt, megvédte diákjait és szegény észre sem vette, hogy a nevetés ellene is irányul. Evariste a tábla felé fordult, kiegészítette a rajzot két háromszögre, alájuk írta, hogy egybevágóak. Megjegyezte az egybevágóság okát is és levezette ebből, hogy a két szögnek is egyenlőnek kell lennie.

Vernier megelégedetten tekintett a táblára. „Ez már jobb! Sokkal jobb! Ez már igazán nagyon jó. Próbáljon módszeresebben dolgozni. Csak egy kicsivel több módszeresség és maga lesz az osztály egyik legjobb tanulója. De ne felejtse el: figyelmesen és rendszeresen dolgozni!”

(1827) Ekkor Galois a Louis le Grand tanulója volt. Még 16 éves sem volt, hogy elolvasta Legendre geometriáját, és már elkezdte megfogalmazni saját problémáit. Eleinte úgy gondolta, hogy kell egy olyan módszernek lennie, amelynek segítségével minden algebrai egyenlet megoldható gyökvonások és a négy alapművelet segítségével. Hogy ez a módszer a gyakorlatban könnyen alkalmazható-e vagy sem, azt mellékesnek tartotta. Azonban megtalálni annak a bizonyítását, hogy ez lehetséges, hogy ilyen megoldás mindig létezik –ezt tartotta az algebra központi problémájának. Akinek 15 évesen ilyen gondolatok járnak a fejében, az tényleg sértésnek érezhette, hogy a szögfelezés primitív problémáját kell megoldania.

xxx

„Soha nem hittem volna, hogy egy olyan embert, akire néhány hónappal ezelőtt még felnéztem, úgy meg fogok vetni, mint ahogy most vizsgáztatómat, monsieur Lefèbvre-t megvetem. Gyenge matematikus, a feje olyan, mint egy halálfej, amelyre ráncos sárga bőrt húztak. Már első pillantásra visszataszítónak és embertelennek tűnt nekem. Álmaim iskolájának ez a vizsgáztatója sziszegte felém ostoba kérdéseit. Hangján és tekintetén észrevettem, hogy számára a hallgató csak levegő. Biztosan jezsuita. Amit ez a sárgafej akart, nem volt más, mint képletek értelmetlen levezetése. Mindennek pontosan ugyanazt a magyarázatát akarta hallani, mint az ostoba tankönyvekben van. Ő előtte bűn, ha valakinek saját gondolatai, saját bizonyítási módszerei vannak. Amikor sorra kerültem, rám pillantott, és kis szemét még jobban összehúzta, hogy csak a lehető legkevesebbet lássa belőlem. Azután feltette az első kérdést: „Miért jött erre a vizsgára anélkül, hogy a különleges matematikai tanfolyamot elvégezte volna?”

Azt válaszoltam: „Magam tanultam." „Oh" –mondta ő. Hallanod kellett volna ezt az „oh"-t! Azután azt kérdezte, hogyan kell megoldani egy másodfokú egyenletet.

Felmerte nekem tenni ezt a nevetséges kérdést, nekem, aki többet tudok az algebrai egyenletekről, mint a Politechnikai Főiskola valamennyi tanára együttvéve. És méghozzá helytelenül fogalmazta meg a kérdést. Amikor figyelmeztettem, hogy a kérdés helytelenül volt megkérdezve, összehúzta a bőrt sárga koponyáján, ez gúnyos mosolyt akart jelenteni. Ezt követően azt mondta, hogy nincsen ideje vitákra, különben sem ő a vizsgázó. Majd egészen gyerekes kérdéseket tett föl. Összeszorult a torkom és egy hangot sem voltam képes kiejteni. Végül hozzám fordult ez a halálfej és azt mondta: „Látom, hogy Ön egyedül tanult, de nem tanult eleget. Próbálja meg jövőre újból."

Galois kétszer jelentkezett a Politechnikai Főiskolára. Először 17 évesen, 1828-ban. (Egyes lexikonok szerint 1827) Mint a történetből kiderül, sajnos sikertelen volt a felvételije.

xxx

Monsieur Richard lediktálta a heti feladatot. A legtöbben nehéznek találták, még a jó tanulóknak is sok idő kellett a megoldáshoz és csak ritkán sikerült megbirkózni az összes feladattal.

A tanulók pontosan beírták füzetükbe: „1. feladat: Határozd meg egy körbe írt négyszög *x* és *y* átlóit, négy oldala *a, b, c és d* segítségével." Ezután gondosan leírták a második és a harmadik feladatot is. Evariste csak meghallgatta, és amikor vége volt a diktálásnak, világosan maga előtt látta minden egyes feladat pontos megoldását.

Monsieur Richard most hozzákezdett előadásához. Evariste kitépett egy lapot füzetéből, a felső sarkába odaírta „Galois" és alá „Feladatok". Megfogalmazta az elsőt és leírta megoldását egyenletekkel és azokkal a magyarázatokkal, amelyek az egyenleteket összekapcsolták. Egy szó törlése, vagy javítása nélkül, a legegyszerűbb módon jutott el az eredményekhez, azáltal, hogy $x \cdot y$ és $x : y$ értékeit kifejezte.

Azután a következő oldalon ugyanolyan gondosan megadta a másik két feladat pontos megoldását is, világos rajzokkal kiegészítve. Mindehhez tizenöt percre volt szüksége. Ezután csak fél figyelemmel hallgatta az előadást, inkább azzal volt elfoglalva, hogy bátorságot gyűjtsön az óra befejezésének pillanatára.

Amikor monsieur Richard elhagyta az osztályt, maga mögött egy hangot hallott: „Bocsásson meg Uram.” „Tessék?” A tanár megfordult és egyik tanítványát látta maga előtt – aki korához képest alacsony és sovány volt– kezében egy papírral, amint elvörösödve a földet bámulja. Richard karját Evariste vállára téve megkérdezte: „Mi baj van?” Evariste, anélkül hogy felpillantott volna, átnyújtotta tanárjának a lapot: „Itt a megoldás.” Richard ránézett az első oldalra, gyorsan átfutotta és látta, hogy a feladat olyan módon van megoldva, amely a legjobb tankönyvhöz is méltó volna.

Megfordította a lapot, rápillantott a másik oldalára, azután a diákra, azután megint a papírra és megint Galois-ra. Azután elolvasta az első oldalon a nevet. „Galois. És a keresztneve?” „Evariste” „Úgy.” Hosszan nézte Evariste-ot, anélkül, hogy egy szót is szólt volna. Evariste szégyellte magát és már megbánta, amit tett. Nevetségessé tette volna magát? Monsieur Richard is gúnyosan fog mosolyogni rá, mint ahogy a sárga halálfejű tette? Monsieur Richard azonban ezt mondta: „Meglátogatna ma engem vacsora után a szobámban? Meg fogom kérni a tanárját, hogy ne rója meg, ha valamivel később ér majd a hálóterembe. Rendben van?” „Igen, Uram!” „Jó.” Galois égett az izgalomtól. (...) „Szeretném, ha mesélne valamit magáról. Min dolgozik?”

Richard tanári sikerének titka nagyon egyszerű volt: a diákokkal úgy bánt, mint egyenrangú partnerekkel. Evariste csodálkozott, hogy nem kell Richardot meggyőznie arról, hogy ő matematikus. Úgy tűnt, mintha valami különös módon Richard tudna erről. Mióta Louis-le-Grand-ban volt, először érezte Evariste magát félénknek és alázatosnak. „Algebrai egyenletekkel foglalkozom. Egy évvel ezelőtt azt gondoltam, hogy az ötödfokú egyenletek is megoldhatók gyökmennyiségekkel, mint a harmad és negyedfokú egyenletek. Ma azt hiszem, hogy az általános ötödfokú egyenlet nem oldható meg gyökmennyiségekkel.” Galois elnémult. Monsieur Richard csodálkozva nézett a vele szemben ülő diákra, de csak ennyit mondott: „hm! Ez nagyon érdekes. Nagyon érdekes.” „Az a probléma, amellyel foglalkozom, tulajdonképpen sokkal általánosabb. Keresem a szükséges és elegendő feltételeit annak, hogy egy algebrai egyenlet gyökmennyiségekkel megoldható legyen. Tetszőleges fokú algebrai egyenletre gondolok. Azt hiszem... sőt biztos vagyok benne, hogy kell ilyen kritériumoknak lenniük. Azt hiszem Uram, hogy az utóbbi időben közelebb jutottam ennek a problémának a megoldásához.” ... „Egyébként hány éves?” „1811. október 25-én születtem.” „Tizenhét évvel ezelőtt. Tizenhét éves tehát. Én majdnem kétszer annyi idős vagyok, mint maga. Meséljen többet magáról. Hogy csinálta, hogy ilyen öreg lett és még mindig nem oldotta meg az algebra alapproblémáját?” –nevetett hangosan.

Monsieur Richard volt a Louis-le-Grand egyetlen tanára, akiről azt gondolta Galois, hogy tőle talán még tanulhat is valamit. Evariste arra a következtetésre jutott, hogy M. Richard olyan ember, akivel érdemes megismerkedni és talán még a képességeit is feltárhatja előtte. Így is tett. A későbbi tanulmányai során is szívesen gondolt vissza erre az emberre, mint egyetlen tanárra, aki támogatta őt, és felismerte matematikai nagyságát.

xxx

Az iskolaszolga letörölte a táblát a szivaccsal, mialatt Dinet ujjaival az íróasztalon dobolva és ásítását elnyomva így szólt: „Kérem a következő jelöltet.” Majd megkérdezte anélkül, hogy a fejét felemelte volna: „Neve?” „Evariste Galois.” „Mondja meg, mit tud a logaritmus elméletéről.” Dinet behunyta a szemét.

Tudta, mi jön most. Azt fogja hallani, hogy $b = \log_a c\, , ha\ a^b = c$. Euler ezeket a betűket használta algebrakönyvében és azóta minden tanuló ezt idézi, ha logaritmusról beszél. Ezután azt fogja hallani, hogy a szorzat logaritmusa egyenlő a logaritmusok összegével. „Szörnyű! Borzasztó! Oh, végtelen unalom! Még húsz perc és készen vagyok ennek a – hogy is hívják– vizsgájával és azután jön még két másik. Akkor azután bebújhatok a papucsomba – nos, hallgassuk meg őt.”

De nem volt mit hallgatnia. Valami másképpen történt, mint máskor. Dinet felélénkült – ez talán új tapasztalat lesz. Talán egy süketnéma tanuló próbálja letenni a felvételi vizsgát. Érdekes volna. Írni legalábbis tudott a tanuló – hallani lehetett a kréta csikorgását a táblán. Dinet-nek oda kellene nézni. Fölemelte fáradt fejét. A táblára ezt írták föl:

$$1, a, a^2, a^3, \cdots$$

$$0, 1, 2, 3, \cdots$$

Dinet álmossága alábbhagyott. Ez valami új volt. „Talán szíveskedne megmagyarázni, hogy mi az, amit oda fölírt.” Egy tompa hang apatikusan szavalta: „Ez két sorozat, egy geometriai és egy számtani sorozat. A számtani sorozat tagjai a mértani sorozat megfelelő tagjainak logaritmusai és a az alap.” „Nagyon jó” – mondta Dinet. Arra várt, hogy a hang tovább beszél. De a bátorító „nagyon jó” egyáltalán nem élénkítette meg a tanuló szóáradatát. Csak annyit tett hozzá: „... és így tovább” – és ezzel lerontotta a jó benyomást.

Dinet türelmetlenül kérdezte: „Mit ért Ön azon, hogy -és így tovább-? Mi a következő lépés?” Várt egy kicsit. „Fiatalember, én nem húzhatom ki Önből erőszakkal a feleleteket. Vagy akar felelni, vagy nem.” Galois ugyanazt érezte, mint amit már gyakran érzett: dühe egyre nőtt, bőre égni kezdett, s kínlódva vett erőt magán, hogy dühét elnyomja. Arca vörös lett, hangja elcsuklott a torkában, de azért felelete nyugodtan és szenvtelenül hangzott:

„A mértani sorozat bármely két tagja közé *(n−1)* számot lehet iktatni és éppúgy a számtani sorozat két tagja közé is. A számtani sorozat tagjai ekkor a mértani sorozat megfelelő tagjainak logaritmusai.” „Fejezze ki magát világosabban. Milyen számokat iktatunk közbe?” Galois megvető pillantást vetett a tanárra. Nehezen lehetett elviselni azt a gondolatot, hogy van valaki a világon, aki megítélheti, hogy ő, Galois, eleget tud-e a Politechnikai Főiskolához. De az a gondolat, hogy éppen monsieur Dinet az, még elviselhetetlenebb volt. „Világos az egész. Ha *(n − 1)* számot iktatunk közbe, hogy az illető sorozatok mértani vagy számtani sorozatok maradjanak, amint világosan feltettem, akkor ez mindent egyértelműen meghatároz és semmit sem kell hozzátennem.” „Lehet, hogy Önnek világos, de nekem esetleg nem világos. Kérem, írja föl ezt a megállapítást, máskülönben meg kell szakítani társalgásunkat.” Anélkül, hogy egy szót szólt volna, Galois ezt írta a táblára:

$$1, a^{\frac{1}{n}}, a^{\frac{2}{n}}, \cdots, a^{\frac{n-1}{n}}, a$$

$$0, \frac{1}{n}, \frac{2}{n}, \cdots, \frac{n-1}{n}, 1$$

Dinet fölnézett és megkönnyebbülten sóhajtott föl. Azt gondolta: „Micsoda modor! Milyen modoruk van manapság a fiatalembereknek! Ki nem állhatom. Le fogom szoktatni az öntelt arckifejezésről még akkor is, ha ez lesz az utolsó, amit ma csinálok.” Azután megkérdezte: „Lehet-e az egyik közbe *(n − 1)* számot, a másik közbe pedig *(m − 1)* számot közbeiktatni, ha *n* és *m* különbözők?” „Mindenesetre, uram.” – mondta Galois. „Változhat tehát a tagok száma közről-közre?” „Mondtam már: mindenesetre, uram.” „Meg tudja magyarázni, miért?” „Hát nem egészen világos, uram?”

Dinet izgatottan hadonászott a kezével. „Tegyük fel, uram, hogy nem világos. Tegye föl, hogy én szeretném Öntől a magyarázatot hallani. Ezen kívül tegye föl, hogyha nem tudja összehozni, s ezt a jelentéktelen ügyet nem tudja nekem megmagyarázni, akkor meg fog bukni a vizsgán. Mi lenne akkor az Ön felelete a kérdésemre, jelölt úr?”

Evariste monsieur Dinet szemébe nézett. Jobb kezében tartotta a táblatörlő szivacsot, amelyet gépiesen szorongatott. Már ott tartott, hogy feltörő dühét semmiképpen nem tudja megszelídíteni: erősebb lett nálánál. Még a látási képességét is befolyásolta: Dinet arca furcsán eltorzult előtte. Dinet hirtelen pont úgy nézett ki, mint a bourg-la-reine-i plébános. Igen, a pap volt, vonásai egyre élesebbek és ijesztőbbek lettek. A pap volt, akire követ dobtak azok, akik a polgármestert szerették. Fojtogató köd terjengett a szobában. Ha ez a köd eloszlik, láthatóvá válnak az emberek, akik követ dobtak a papra, aki most egykedvűen ül az asztalnál. Éles hang hasított át a ködön. „Ismétlem, mi lenne az Ön válasza kérdésemre?”

Galois fölemelte a szivacsot és Dinet fejéhez vágta. Éppen odatalált, ahová célzott. Galois vidáman fölkiáltott, mintha élete legnehezebb terhétől szabadult volna meg. „Ez volna a feleletem az Ön kérdésére, uram.” Aztán kiment, anélkül, hogy megfordult volna és becsukta maga mögött az ajtót. Tudta, hogy örökre becsukta.

Valóban a professzor fejéhez vágta Galois a szivacsot? A hagyomány ezt állítja. Ez volt a második próbálkozása a Politechnikai Főiskolára. Szintén eredménytelenül. Ezután soha többé nem próbálkozott. 1830 februárjában felvették az előkészítő iskolába, az École Normale-ba. Az életrajzi részből kiderül majd, hogy ettől kezdve nem a matematika volt a fő tevékenységi köre.

Evariste Galois élete

„Akit az istenek szeretnek, az fiatalon hal meg.”

Menander

Evariste Galois 1811. október 25-én a Párizs melletti Bourg-la-Rein-ben született és 1832. május 31-én halt meg 20 évesen Párizsban. Édesapja, Nicolas-Gabriel Galois Evariste szülővárosának polgármestere volt Napóleon „száznapos” uralma alatt 1815-ben. Nicolas-Gabriel Galois akkora megbecsülést szerzett polgármestersége kezdetén, hogy posztját Napóleon végleges elűzése és XVIII. Lajos visszatérése után is megtarthatta.

Édesanyja, Adelaïde-Marie Demante kiváló jogászok családjából származott. Galois tőle tanult 1823-ig, majd a Collège Royal de Lous-le-Grand-ban folytatta tanulmányait.

Itt unalmas, középszerű tanárai inkább hátráltatták, mint segítették volna a tanulásban. Szerencsére matematikai tehetségére igen korán fény derült. Alig volt 15 éves, amikor megnyilvánultak rendkívüli matematikai képességei. Ezek annyira nagyszabásúak voltak, hogy a tankönyvek nem elégítették ki érdeklődését, inkább elmerült a matematika akkor ismert klasszikusainak írásaiban. Hihetetlenül rövid idő alatt elsajátította Adrien-Marie Legendre geometriai és Joseph Louis Lagrange algebrai műveit.

Láttuk, hogy kollégiumi évei alatt, Louis Richard tanítványaként kezdtek Galois-ban körvonalazódni a később róla elnevezett elmélet alapjai.

Cardano és kortársai óta a matematikusok jól ismerték a harmad- és negyedfokú egyenletek gyökképletét. Az ennél magasabb fokú egyenletekre azonban hasonló gyökképletek nem voltak ismeretesek. Sőt az sem volt világos, hogy ez a hiány a matematikusok ügyetlenségében keresendő, vagy pedig nem is léteznek ilyen formulák. Az első és harmadik anekdotát olvasva világosan kitűnik, miképp vélekedett Galois az ötöd- vagy ennél magasabb fokú egyenletek gyökképlettel való megoldhatóságáról.

Galois kortársa, Niels Henrik Abel norvég matematikus lényegében hibátlanul bebizonyította, hogy az ötödfokú egyenlet gyökei általában nem fejezhetők ki az együtthatókból kiindulva a négy alapművelet és gyökvonások segítségével. Galois Abel eredményéről csak később szerzett tudomást. Persze ez előnyére vált, mert így végül sokkal nagyobb feladatra vállalkozott. Érdemes megjegyeznünk, hogy mindkét fiatal tudós korának egyik legismertebb matematikusához, Augustin-Louis Cauchy-hoz fordult támogatásért – sajnos eredménytelenül.

Abel utolsó összekuporgatott pénzén Párizsba utazott 1826-ban, ám zárt ajtókra talált. Cauchy nem fogadta. Galois 1829-ben benyújtott kéziratát pedig Cauchy elvesztette. (E kézirat címét és témáját illetően a rendelkezésünkre álló források ellentmondásos adatokat közölnek.)

Egy ilyen tudású fiatal természetesnek veszi, hogy tanulmányait a francia matematika legszínvonalasabb iskolájában az École Polytechnique-ben folytassa. Kétszer is jelentkezett a felvételi vizsgára, egyszer 17 évesen 1828-ban, másodszor 18 évesen 1829-ben. Mindkét alkalommal megbukott a szóbeli vizsgán, mert megtagadta az általa nevetségesnek és feleslegesnek tartott kérdésekre a választ.

1829 júliusában új jezsuita pap érkezett Bourg-la-Reine faluba, ahol még mindig Galois apja volt a polgármester. Az új pap nem bírta elviselni, hogy Nicolas-Gabriel Galois köztársaságpárti, ezért mindenféle ármánykodással és álhírek terjesztésével aláásta tekintélyét. Az idősebb Galois nem viselte el ezt a zaklatást, és 1829-ben öngyilkos lett. A koporsó leeresztése közbe verekedés tört ki a temetési szertartást végző jezsuiták és a polgármester hívei között, amely lázadássá fajult, és a koporsót szertartás nélkül hagyták belezuhanni a sírba. Galois kénytelen volt végignézni, ahogyan a francia egyház tönkretette és megalázta apját, ezért még meggyőződésesebb támogatója lett a köztársaságpártiak ügyének.

Ezen év tragédiái (a két sikertelen felvételi és édesapja halála) nyilvánvalóvá tették számára, hogy pályáját nem tudja hivatásos matematikusként folytatni, ezért mélyen megbántva felvételizett, majd felvételt nyert 1930-ban a kevésbé rangos École Préparatoire (a késsőbbi École Nornale Supérieure) tanárképző főiskolára.

A matematika-vizsgáztató tanára –Monsieur Leroy ezt írta róla: „Ez a diák néha nem tudja világosan kifejteni gondolatait, de intelligens és rendkívüli kutatószellemet árul el. Ő ismertetett meg az alkalmazott analízis néhány újabb eredményével."

Ugyanebben az évben, 1830 -ban Galois három dolgozata jelent meg a Bulletin de Férussacban:

• áprilisban egy rövid két oldalas cikk :Analyse d'un mémoire sur la résulution algébruque des équations. (Egy, az algebrai egyenletek megoldásával foglalkozó dolgozat elemzése)

• júniusban szintén egy rövid cikk: Sur la résolution des équations numeriques (Numerikus egyenletek megoldása)

• szintén júniusban megjelent egy hosszabb, 8 oldalas cikk is: Sur la théorie des nombres (Számelmélet) címmel. Ehhez a következő megjegyzést fűzték: „A tanulmány Monsieur Galois a permutációk és algebrai egyenletek elméletére vonatkozó kutatásainak egy része."

Ezek a munkák eredményeinek csak töredékeit tartalmazzák, egyeseket csak megemlített, és nem bizonyított. Algebrai eredményeit Galois egy másik munkájában fejtett ki bővebben, amelyet 1830. februárjában az akadémia évi pályázatára nyújtott be. E pályaműre azonban több mint fél évvel később sem kapott bírálatot. Barátja és egykori iskolatársa, Auguste Chevalier ösztönzésére személyesen próbálta kideríteni dolgozata sorsát. Az eredmény lehangoló: szintén elveszett. Ezúttal Jean-Baptiste-Joseph Fourier „jóvoltából".

Az 1830-as év más okok miatt is mozgalmas volt Galois számára. Idáig semmi mással nem foglalkozott, csak matematikával. Egyre inkább kiterjedt figyelme az akkori francia politikai viszonyokra is. A francia uralkodó, X. Károly nem tartotta tiszteletben a korábban kivívott szabadságjogokat, korlátozta a polgári intézményrendszer működését (választójog megnyirbálása, cenzúra, parlament feloszlatása). 1830. július 25-én királyi rendelettel feloszlatta a képviselőházat. Ez tömeges megmozdulásokat és republikánus forrongást idézett elő. Az 1830. július 27-29-es párizsi felkelés eredményeként X. Károlyt elűzték, akit Lajos Fülöp követett a trónon. A Bourbon-ház helyett az Orléansi-házat nyilvánították a királyi hatalom folytatójának. Uralkodásának (1830-1848) idején fennálló rendszert polgárkirályságnak vagy júliusi monarchiának hívják. Az új királyi cím a „franciák királya" lett szemben az ancien régime-ben használatos „Franciaország királya" cím helyett. Az új uralkodó néphez való kötődését fejezte ki az államhoz való eddigi kötődés helyett. Az uralkodó új címét az 1830-as alkotmányban is rögzítették. A „júliusi monarchia" másik fontos új jelképe a francia trikolór elfogadása volt állami zászlóként, a Bourbon-restauráció fehér zászlaja helyett.

Galois 1830. augusztusában belépett a republikánus Nép Barátainak társaságába. Ez volt az akkori egyetlen aktív republikánus egyesület. Szerintük a forradalom nem érte el célját. Nem egy újabb királyt akartak a régi helyett, hanem köztársaságot. Mit nyertek ezzel azok az emberek, akik harcoltak és meghaltak a hazáért, a zászlóért? Látták, hogy a forradalom csak szaporította szenvedéseiket. Könnyebb munkát, több kenyeret reméltek, és azt, hogy gyermekeiket majd jobban táplálhatják és ruházhatják. Abban bíztak, hogy a júliusi napok majd enyhítik nyomorúságukat. Reményeikben azonban csalódniuk kellett. A kormány a republikánusok ellen ingerelte a nép dühét azzal, hogy a sajtóban és felhívásokon százszor is elismételte ugyanazokat az érveket.

„Ti, a nép, győztetek a forradalomban. Ti vagytok Franciaország gerince. Harcoltatok és mindent elértetek, amire törekedtetek. Ne engedjétek, hogy a republikánusok rászedjenek Benneteket. Azt akarják, hogy az ő vezetésük alatt újra harcoljatok. És mi lesz, ha győznek? Végső szegénységbe fognak taszítani Benneteket. Hadat üzennek Európának. Nem fognak nyugodni addig, míg Franciaország földjét az ellenség meg nem szállja és nyomorúságotok ezerszeresére nem nő." (részlet a felhívásból)

Mint már említettük, ebben az időben Galois nem foglalkozott matematikával. Fő feladatának azt tekintette, hogy mint lelkes republikánus, mint a Nép Barátainak Társaságának tagja, az École Normal-ban nyugtalanságot keltsen. A köztársaság iránti szeretet és az igazgató iránti bizalmatlanság növelése volt fő célja.

1830. december 3-án a Gazette des Écoles-ban (Iskolák lapja) egy cikk jelent meg, amely az iskola igazgatóját szidalmazta:

„Cikkünk legjobb kiegészítése az a levél, amely hozzánk érkezett:

Uraim! (...) Július 28-án reggel az École Normale több diákja el akarta hagyni az intézetet, hogy részt vegyen a harcokban. Monsieur Guigniault két alkalommal mondta nekik, hogy módjában volna a rendőrséget hívni az iskola rendjének a helyreállítására. A rendőrséget –július 28-án! Ugyanezen a napon Monsieur Guigniault szokásos pedantériájával így magyarázott nekünk: „Mindkét oldalon bátor emberek harcolnak. Ha katona volnék, nem tudnék választani a szabadság, vagy a királynak tett esküm között." Ez az ember másnap kitűzte kalapjára a háromszínű kokárdát. Egész lénye korlátolt nézeteit és elvtelen magatartását tükrözi. Remélem, hogy felvilágosításaim kapóra jönnek Önöknek és kitűnő lapjuk jól felhasználhatja ezeket" (Egy idézet a cikkből)

Egyértelműen Galois-t vádolták a levél megírásával. Íme egy újabb idézet, amelyet az igazgató a közoktatási miniszternek címzett:

„Uram! Fájdalmas kötelességemnek teszek eleget, midőn olyan intézkedésemet hozom tudomására, melyért a teljes felelősséget egyedül kell vállalnom és amelynek sürgős jóváhagyását ezennel kérelmezem. Röviddel ezelőtt kizártam Galois hallgatót az École Normale-ból és hazaküldtem anyjához. Az okokat már abban a levelemben közöltem, amelyet tegnapelőtt bátorkodtam Önhöz intézni. Ennek a hallgatónak a tevékenysége az egész Intézet felháborodását váltotta ki. Egy levélről van szó, amely a nevezett napon az ún. Gazette des Écoles-ben jelent meg és amelynek aláírása: „Az École Normale egy diákja".

Mindenki, aki ezt a levelet olvasta és velem beszélt erről, azon a véleményen volt, hogy ez igen súlyos támadás Intézetünk becsülete ellen, és ezért lehetetlen volt elsiklani fölötte. Minthogy minden jel szerint Galois írta a levelet, véleményem szerint nem volt jogom tűrni, hogy egy ember bűnének árnyéka az egész Intézetet befeketítse. A tettes leleplezésének percétől kezdve ő és én nem maradhatunk egy fedél alatt, ezért saját felelősségemre kizártam őt. Megtettem, és az utolsó év folyamán már legalább hússzor voltam közel ahhoz, hogy ezt megtegyem. Valóban, Galois az egyetlen hallgató, aki ellen mióta csak az Intézetbe lépett, a professzorok és tanárok részéről újra meg újra panaszok merültek föl. Ismertem azonban kétségtelen matematikai tehetségét és ez befolyásolt. Nem bíztam saját benyomásaimban még akkor sem, amikor okot adott arra, hogy magam is elégedetlen legyek vele. Tűrtem helytelen viselkedését, lustaságát, fegyelmezetlenségét, nem mintha reméltem volna, hogy jelleme megváltozik, hanem inkább annak reményében, hogy eljuttathatom kétéves tanulmányainak befejezéséhez, anélkül, hogy bánatot okoznék anyjának, aki tudomásom szerint számít fiának jövőjére. Minden fáradozásom csődöt mondott. Be kell látnom, hogy erre a bajra nincs orvosság, hogy ebben a fiatalemberben nem él, s talán már régóta nem él erkölcsi érzés."

Galois mint matematikus 1850-ben vált ismertté. Az igazgató akkor 56 éves volt. Sokszor kérdezgették egykori tanítványa felől:

- *Galois, már mint fiatalember, zseniális matematikai tehetséget árult el. Mi az École Normale-ban ezt mindig tudtuk, ellentétben a Politechnikai Főiskola vizsgáztatóival, akik kétszer megbuktatták.*

-*Befejezte az École Normale-t?*

-*Nem. Ha jól emlékszem, túl sokat tudott matematikából, ezért az első év után elhagyta iskolánkat.*

Miután 1831. január 4-én kizárták az École Normale-ból, belépett a Nemzeti Gárda tüzérségének harmadik ütegébe. A Nemzeti Gárda tagjai között a republikánusok kisebbségben voltak. Ezért új jelszót találtak ki maguknak: Lépjetek be a Nemzeti Gárdába!

A következő hír jelent meg január elején a Gazette des Écoles-ban:

„Evariste Galois, aki röviddel ezelőttig az École Normale növendéke volt, algebra-tanfolyamot tart fiatal diákok számára, akik fölismerve az intézetben folyó algebraoktatás tökéletlenségét, alaposabb kutatásokat kívánnak végezni a matematika ezen ágában. A tanfolyam részben új elméletekkel foglalkozik, amelyek nyomtatásban még nem jelentek meg, sem nyilvános előadásra nem kerültek. Ilyen például az imaginárius számok egy új elmélete, a gyökjelekkel megoldható egyenletek elmélete, számelmélet és az elliptikus függvények elmélete tisztán algebrai alapon. Az előadást minden csütörtökön délután egy óra tizenöt perckor tartja Caillot könyvkereskedésében, rue de Sorbonne 5. szám alatt. A tanfolyam kezdete: január 13., csütörtök."

Az első előadáson mintegy negyven hallgató jelent meg. Voltak köztük egykori École Normale diákok, megjelentek Galois republikánus barátai, akik azért jöttek, hogy megtöltsék a termet. Chevalier is ott volt. Ő beszélte rá erre a tanfolyamra, abban a reményben, hogy majd eljön néhány matematikus, megértik Evariste munkáját és elterjesztik hírét. De a matematikusok nem jöttek, csak néhány diák, akik érdekes előadást vártak az iskolai algebráról. Galois egy bevezető után rátért a szakmai részre is. Legtöbben még a bevezetést sem értették meg. Csodálkoztak, hogy egy 19 éves fiú milyen magabiztosan tud beszélni. Nem tudták eldönteni, hogy bolond-e vagy lángész. Miután semmit sem értettek abból, amit mondott, úgy gondolták hogy még maga az előadó sem tudja hogy miről beszél. A következő előadásra csak 10 hallgató jött el, a harmadikra csak 4. Ez volt az utolsó előadása.

1831. január 16-án legjobb, és egyetlen nem republikánus barátja unszolására elküldte harmadik kéziratát is az akadémiának. E munka végre már nem veszett el.

„Egyenletek gyökmenyiségekkel való megoldhatóságának feltételei"

Ez a dolgozat egy munka összefoglalása, amelyet egy évvel ezelőtt bátorkodtam az akadémiának átnyújtani. (...) Meg fogják itt találni azt az általános feltételt, amelynek minden *gyökmennyiségekkel megoldható egyenletnek eleget kell tennie, és amely megfordítva bizonyságot ad az egyenlet megoldhatóságáról. Alkalmazását csak olyan egyenletekre végeztem el, melyeknek fokszáma törzsszám. Az alábbiakban megadom azt a tételt, amelyre kutatásaim vezettek. Ahhoz, hogy gyökmennyiségekkel meg lehessen oldani egy egyenletet, amelynek fokszáma racionális osztókkal nem rendelkező törzsszám, szükséges és elegendő, hogy az egyenlet összes gyökei racionális függvényei legyenek bármely két gyökének.*

Elméletem többi alkalmazása mindmegannyi külön elmélet, egyébként szükségessé teszik még a számelmélet és egy speciális algoritmus alkalmazását. Ezt egy más alkalommal fogom ismertetni, részben elliptikus függvények modulegyenleteinek elméletére vonatkoznak és bebizonyítom, hogy ezek gyökmennyiségekkel nem oldhatók meg."

Két és fél hónap múlva érdeklődött az Akadémiánál kézirata sorsa felől. Azt a választ kapta, hogy Monsieur Lacroix és Poisson referensek tanulmányozzák. 1831. március 31-én levelet írt az Akadémia elnökének:

„Merem remélni, hogy Lacroix és Poisson urak nem fogják rossznéven venni, ha emlékeztetem őket egy, az egyenletek elméletéről szóló tanulmányra, amelyet három hónappal ezelőtt elbírálásra kaptak.

Az ebben a tanulmányban foglalt eredmény egy része annak a munkának, amelyet a múlt évben a matematikai nagydíjért folyó versenyben nyújtottam be. Ebben megadtam azokat a szabályokat, amelyek alapján minden esetben fel lehet ismerni, hogy az egyenlet megoldható-e gyökmennyiségekkel, vagy sem. Mivel ez a feladat mindeddig a matematikusok számára ha nem is lehetetlennek, de legalábbis rendkívül nehéznek tűnt, a bizottság a priori föltette, hogy nem tudhatom megoldani ezt a feladatot, elsősorban azért, mert Galois-nak hívnak és azonkívül mert diák voltam. Nekem pedig azt mondták, hogy kéziratom elveszett.

Ez a lecke elég lehetett volna. Mégis, az akadémia egy tiszteletre méltó tagjának tanácsára munkámat kivonatosan újra leírtam és Önnek benyújtottam.

Kérem, Elnök Úr, nyugtasson meg és kérdezze meg Lacroix és Poisson urakat, vajon félretették-e dolgozatomat, vagy pedig jelentést szándékoznak róla előterjeszteni az akadémiának.

Fogadja Elnök Úr hódolatom kifejezését.

Mély tisztelője Evariste Galois"

1831. április 15-én feloszlatták a Nemzeti Gárdatüzérséget. 19 tagját elfogták, és azzal vádolták őket, hogy összeesküdtek Lajos Fülöp ellen. Az államügyész vádja pedig, hogy a népnek ágyúkat szándékoznak kiadni, forradalmat akarnak szítani és a monarchiát meg akarták dönteni. A tárgyalást Galois is végignézte. 46 kérdést tettek föl az esküdteknek és mind a 46-ban ártatlannak találták őket.

1831. május 9-én összegyűltek a felmentett 19 republikánus tiszteletére rendezett banketten egy vendéglő éttermében. Természetesen Galois is részt vett rajta. Mindenféle lelkesítő beszéd elhangzott, és különféle vezényszavak, amelyekre mindig lehetett inni. Galois teljesen föllelkesült a mámoros hangulattól, és hírtelen, harsányan kiáltotta: „Lajos Fülöpre!”

A társaság rögtön kijózanodott, pisszegni kezdtek. Galois másodszorra is kiáltotta „Lajos Fülöpre!”. Balkezében egy pohár bort tartott szívéhez közel. Jobb kezével a pohár fölött egy tőrt fogott, melynek hegye a bor felszíne felé irányult. Mindkét keze erősen ökölbe volt szorítva. Dumas emlékiratai szerint (a Gazette des Tribunaux illetve a Gazette de France) úgy állt ott, mint egy szobor, mely csak azért kelt életre, hogy kétszer kimondja a halálos ítéletet a franciák királya fölött.

A tömeg megváltozott. Néhányan elhagyták a termet, mások fölragadták a kést az asztalról, fölemelték borospoharukat, utánozták Evariste mozdulatát és kórusban kiáltották: „Lajos Fülöpre!”.

A rendőrség erről a bankettről mindent tudott. 1831. május 10-én elfogatási parancsot adtak ki Galois ellen. Másnap a rendőrségről átszállították a Sainte-Pélagie börtönbe.

A börtön három, egymástól elszigetelt részből állt. Az egyiket, amelyikbe őt vitték, a politikai foglyok részére tartották fenn. A Nép Barátainak Társasága küldött egy ügyvédet (Monsieur Dupon, ismert republikánus ügyvéd), ugyanazt, aki a „tizenkilencek perében” szereplő egyik ügyvéd volt. 1831. június 15-én volt Galois tárgyalása. A vád ellene: nyilvános helyen, egy nyilvános ünnepélyen tett kijelentésével merényletet provokált a franciák királyának élete és személye ellen, bár maga a merénylet ténylegesen nem történt meg. „Szereztek” tanúkat, akik tisztán hallották, hogy Galois azt mondja: „Lajos Fülöpre, ha árulóvá válik!”. A csel bevált. Az esküdtszék 10 percre vonult csak vissza, és meg is hozták az ítéletet: A vádlott nem bűnös!

Mindössze 1 hónap telt el, hogy kiengedték Galois-t a vizsgálati fogságból, ismét elfogatóparancsot adtak ki ellene és egy másik társa, Duchâlet ellen. Mindkettőjüket 1831. július 14-én fogták el a Nemzeti Gárda tüzér egyenruhájában. Mindegyikük töltött puskát és töltött pisztolyt hordott magával, Galois ezen kívül még egy tőrt is.

Galois-t másodszor is a Sainte-Pélagie börtönbe zárták a vizsgálat idejére. Itt ismét találkozott egy barátjával, akivel az előző fogság alatt ismerkedett meg: Raspail-val. Raspail barátnőjének írt leveleiből sok mindent megtudhatunk Galois börtönben töltött időszakáról:

• Olvashatjuk, hogy Galois cellájába egy golyót lőttek be 1831. július 30.-án, majd a lövés után Galois-t zárkába csukták.

• Egy másik levelében megállapítja, hogy valamennyi fogoly egyetértett abban, hogy Galois-nak szánták azt a golyót.

• Fel voltak háborodva, hogy Galois-t magánzárkába vetették.

• Ugyanebben a levelében beszél arról, hogy Galois-val a börtönben különösen rosszul bántak, zaklatták őt.

Infeld szerint rögtön a lövés után azért került Galois magánzárkába, mert a megjelenő börtönőrök azt állították, hogy ő akarta megölni egyik cellatársát, nem pedig kívülről jött a lövés. Infeld szerint is azt a golyót eredetileg Galois-nak szánták, csak célt tévesztett. Raspail egyik levelének ide vonatkozó része:

„Bizonyára szemtelenség azt állítani, hogy az igazgatóság azért fizeti az őröket, hogy gyilkolják a foglyokat. De mi van, ha ez a szemtelen állítás igaz? És én tanú vagyok rá, hogy azok, akiket a büntatőzárkába vittek, semmi más szemtelenséget nem mondtak. Ez a fiatal Galois nem ordítozó, nagyon jól tudják, hideg marad, mint a matematika, amikor magukhoz beszél. Galois büntetőzárkában! Ó, ezek a gazemberek! Gyűlölik a mi kis tudósunkat! Persze, hogy gyűlölik! Leselkednek rá, mint a kígyók. Minden elképzelhető csapdába becsalják. És felkelést akarnak előidézni."

1831. októberében Galois levelet kapott. Erre várt már több mint két éve: a levélen az Akadémia pecsétje volt. A következők álltak benne:

„Kedves monsieur Galois!

Munkáját monsieur Poisson-nak küldtük át elbírálásra. Ő visszaszármaztatta azt véleményezéssel, amelyből a következőket idézzük: Mindnyájan sokat fáradoztunk azon, hogy megértsük Galois bizonyítását. Érvelése egyrészt nem elég világos, másrészt nem dolgozza ki kellően és így nem volt lehetőségünk arra, hogy bizonyító erejéről ítéletet alkothassunk, ebben a véleményezésben még csak fogalmat sem adhatunk róla.

A szerző kijelenti, hogy az a tétel, amellyel kéziratában foglalkozik, része egy általános elméletnek, amelynek sok alkalmazási lehetősége van. Gyakran előfordul, hogy egy elmélet különböző részei kölcsönösen megvilágítják egymást és együttvéve érthetőbbek, mint külön-külön. Várni kell tehát, amíg a szerző munkájának teljes fogalmazását nyilvánosságra hozza, mielőtt végleges véleményt alakítanánk ki. Ez okból visszaszolgáltatjuk Önnek kéziratát abban a reményben, hogy monsieur Poisson megjegyzéseit jövendő munkájához hasznosnak fogja találni."

A levelet Francois Arago, az akadémia titkára írta alá. Meg kell jegyeznünk, hogy 10 hónappal előtte küldte el az Akadémiának kéziratát. Dühösen választ is fogalmazott, amelyből egy részlet:

„A munkámban felállított általános tételt csak úgy lehet megérteni, ha figyelmesen elolvassuk azt a részt, amely ezen általános tétel egy alkalmazását tartalmazza. Ezzel nem akarom azt mondani, hogy az elmélet megelőzi az alkalmazást. Munkám befejezése után feltettem magamnak azt a kérdést, miért tűnik oly szokatlannak, oly nehéznek az olvasó számára. Azt hiszem, ennek az oka az a törekvésem, hogy elkerüljem a formalizmus és számolási sémák használatát, ezen kívül elismerem, hogy a munkámban tárgyalt témánál egy ilyen általános formalizmus kidolgozása leküzdhetetlen nehézségekkel jár.

Könnyebben érthető, hogy egy ennyire újszerű témának ilyen szokatlan úton való feldolgozásánál gyakran ütköztem nehézségekbe, amelyeken nem tudtam úrrá lenni. Ezért az olvasó ebben a két dolgozatban, különösen a másodikban helyenként azt a megjegyzést találja: „nem tudom". Tudatában vagyok annak, hogy evvel kiteszem magam a tökfejek kacajának. Sajnos, csak igen kevesen ismerik el, hogy tudományos szempontból azok a könyvek a legértékesebbek, amelyekben a szerző világosan megjelöli, amit nem tud, mert a szerzők akkor ártanak a leginkább olvasóiknak, amikor elkendőzik nehézségeiket.

Ha majd a tudományban nem uralkodik már üzleti versengés, –vagy ami ugyanaz, önzés– , ha az emberek azért tömörülnek, hogy közösen kutassanak és nem azért, hogy lepecsételt csomagokat küldjenek az akadémiának, akkor majd igyekezni fognak jelentéktelen eredményeket is közölni, ha azok újak és hozzáteszik: „A többit nem tudom."

Galois-t júliusban helyezték vizsgálati fogságba, és egészen három hónapig nem volt tárgyalás. Október végén állították őket bíróság elé gárdatüzérségi ruha tiltott viselése miatt. Az ítélet: Duchâlet-nak három hónapi, Galois-nak hat hónapi fogházbüntetés. Feltehetjük a kérdést: Miért kapott Galois kétszer akkora büntetést?

Galois tehát az utolsó büntetését összesen kilenc hónapig töltötte. Nővére, öccse és Auguste Chevalier is rendszeresen látogatták a börtönben. A nővére később megtalált naplójában olvasható, hogy Galois nagyon szenvedett. Mindig fáradtnak, komornak és koravénnek látszott. Szemei beestek, mintha 50 éves lett volna.

A korabeli iratokból az is kiderül, hogy 1832. januárjában egy hétre a La Force-ba szállították, azután megint vissza a Sainte-Pélagie-be. (A La Force volt Párizs legkegyetlenebb börtöne.) Galois rossz egészségi állapotára hivatkozva nyolc hónap letöltött fogság után a fennmaradó egy hónapot a Monsieur Faultrier egészségügyi intézetben töltötte.

Állítólag a kórházban ismerte meg azt a kétes hírű hölgyet, aki a halálát okozta. Ez valószínűleg igaz, mert április végén szabadult a kórházból, és rá egy hónapra már, május 31-én, abban a bizonyos párbajban életét veszítette. Egy biztos: a hölgy (Éva Sorel) tényleg létezett, mert 1832. május 25-én Galois kétségbeesett levelet írt Chevalier-nak, amelyben világosan céloz boldogtalan szerelmi ügyére. Ezt a levelet Chevalier a Nécrologiejában nyilvánosságra is hozta.

Galois szerelmes volt ebbe a nőbe. Tiszta szívéből szerette őt. Miután bevallotta a hölgynek érzéseit, válaszul közölte Galois-val, hogy szeretője valakinek, akit nagyon szeret. A szeretője elutazott egy kis időre Párizsból, és örült neki, hogy ez alatt az idő alatt van valakije. Galois válaszul gyalázkodó szavakat kiáltott oda neki, közönséges, piszkos kifejezéseket. Éva megesküdött, hogy meg fogja még bánni ezeket a szavakat.

1832. május 28-én késő este, miután hazatért Galois, két névjegyet talált a földön:

„Pécheux d'Hérbinville holnap, 29-én reggel kilenc órakor megjelenik monsieur Galois-nál."

„Maurice Lauvergnat holnap, 29-én reggel kilenc órakor megjelenik monsieur Galois-nál."

Másnap meg is érkeztek, és párbajra hívta ki Monsieur d'Hérbinville Galois-t mondván, hogy megvédje barátnője becsületét. A kor szokásainak megfelelően 2 segédet kellett fogadni egyik illetve másik félnek is, akik majd megegyeznek a párbaj nemében, időpontjában, valamint helyszínében. A párbajt 1832. május 30-án, reggel hat órára beszélték meg.

Tudományos végrendelete

Galois-nak alig maradt tizenhárom órája a párbajig. Megérezte, hogy ő ezt a párbajt már nem fogja túlélni. Négy levelet fogalmazott: Az elsőt a republikánusokhoz, a másodikat két republikánus barátjához, N.L.-hez és V.D.- hez. (Mivel csak monogrammokat írt, így csak találgatni tudunk, hogy az egyik név Duchâlet.) A harmadikat, amelyik oly híressé vált, legjobb barátjának, Auguste Chevalier-nak írta. Ebben a levélben írta meg tudományos végrendeletét, amelyre a mai modern algebra épül. A keltezésből láthatjuk, hogy még nem volt éjfél, amikor a levelét befejezte.

„Drága Barátom! Néhány új felfedezésem van az analízis terén."

Ezután hét lap következik folyószöveggel és képletekkel, majd pedig ezt írja:

„Tudnod kell, drága Auguste-om, hogy nem ezek a témák az egyetlenek, amelyekben dolgoztam."

Ezután röviden megemlítette azokat a kérdéseket, amelyeken az utóbbi időben sokat gondolkodott és megmagyarázta, hogy miért nem merült el alaposabban bennük:

„Nincs időm, és ezen a területen, amely szörnyű nagy, a gondolataim még nem bontakoztak ki kellőképpen."

Ezután leírta a zárómondatokat:

„Nyomtasd ki ezt a levelet a Revue encyclopédique-ben. Életem folyamán sokszor mertem olyan megállapításokat tenni, amelyekben nem voltam biztos, de mindaz, amit itt leírtam, már majdnem egy éve a fejemben van és nagy érdekem, hogy ne tegyem ki magamat annak a gyanúnak, hogy olyan tételeket hirdetek, amelyek nincsenek teljes mértékben bebizonyítva. Intézz nyilvánosan kérést Jacobihoz, vagy Gauss-hoz, hogy mondjanak véleményt ezeknek a tételeknek nem az igazságukról, hanem a fontosságukról. Akkor remélhetőleg akadnak majd olyanok, akik érdemesnek tartják ezt az egész zűrzavart kibetűzni.

Túláradó szeretettel ölellek.

E.Galois 1832. május 29."

Végül azt a kéziratot nézte át, amelyet az akadémia visszautasított. Úgy gondolta, hogy felülvizsgálja mind a 11 oldalt, abban minden egyes bizonyítását. A II. tétel bizonyításáról tudta, hogy az nem kielégítő. Írt néhány sort a margóra, de mégsem tetszett neki a megfogalmazás, újra kihúzta és fölé írta:

„Ennél a bizonyításnál egyet-mást ki kell egészíteni. Nincs időm."

A börtönben írt kézitatából

Hogy is lett volna ideje. Hajnal 5-kor megjelentek segédjei, hogy elvigyék őt a párbaj helyszínére. A párbaj végkimenetelét már ismerjük. Reggel egy paraszt talált rá a földön fekve. Beszállították a Cochin kórházba.

Az ágya mellett síró öccséhez a következő szavakat intézte:

„Ne sírj, Alfred. Egész bátorságomra szükség van, hogy húsz éves fejjel meg tudjak halni."

1832. május 31-én, délelőtt 10 órakor, egy csütörtöki napon meghalt Evariste Galois. 1832. június 2-án vitték Galois koporsóját barátai egy ma ismeretlen, nyilvános temetőbe. Háromezer republikánus hallgatta a beszédeket, amelyek Galois republikánus erényeit méltatták.

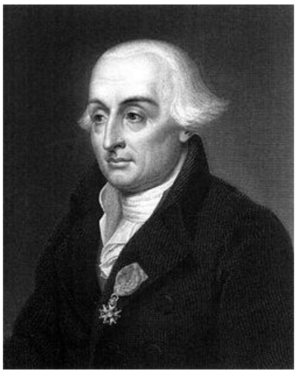
Temetése éppoly groteszk volt, mint édesapja temetése. Az összegyűlt köztársaságpárti tömeg és a kormány emberei között tömegverekedés tört ki. A gyászolók ugyanis azt gyanították, hogy d'Herbinville valójában a kormány ügynöke volt, nem pedig holmi megcsalt vőlegény.

A történészek is vitatják, hogy ez a párbaj vajon egy tragikus szerelmi kaland végkifejlete volt-e, vagy valóban politikai indítékok húzódtak-e meg a háttérben. De akár így volt, akár úgy, pótolhatatlan veszteségként vonult be a matematikatörténetbe a tény: az egyik legnagyobb matematikust mindössze 20 évesen megölték.

Hetvenhét évvel később, 1909. június 13-án, egy Bourg-la-Reine-i ünnepségen adóztak Galois géniuszának. A polgármester, az akadémia titkára, állami hivatalnokok, matematikusok, gyerekek, polgárok és járókelők álltak egy szegényes ház előtt, nagy tömegben. Domborművet lepleztek le, amelyen egyszerű szavakkal hirdetik, hogy e ház a nagy matematikus Evariste Galois szülőháza.

Galois sírhelye

5.4. Joseph-Louis Lagrange (1736.01.25.-1813.04.10.)



Joseph-Louis Lagrange gróf, eredeti olasz nevén *Giuseppe Luigi Lagrangia* (Torino, 1736. január 25. – Párizs, 1813. április 10.) olasz születésű francia matematikus. A számelmélet, a matematikai analízis és az égitestek mechanikája területén elért eredményeiről híres. Legfontosabb műve a *Mécanique analitique (Analitikus mechanika*; 1788) című kötet, amely az e témakörben később írott könyvek alapja lett. Egyike azon 72 tudósnak, akiknek neve szerepel az Eiffel-torony oldalán.

Jómódú, apai ágon francia származású családban született. Apja a szárd király kincstárnoka volt, ám kockázatos üzleteken elveszítette vagyonát. Lagrange később megemlítette: *„Gazdagon alighanem sohasem adtam volna matematikára a fejem."*
A matematika iránt véletlenül ébredt fel az érdeklődése, miután elolvasta Edmond Halley angol csillagász emlékiratait. 19 évesen matematikát tanított a torinói tüzériskolában. Szerepe volt a Torinói Tudományos Akadémia megalapításában. A hang terjedésével és a hullámelvvel kapcsolatos első közleményeit kedvezően fogadták. Leonhard Euler nagyra tartotta Lagrange variációelméletét. Fölfedezéseivel az ifjú matematikus később is meglepte kortársait.

Lagrange-t 1761-re már a kor egyik legnagyobb élő matematikusaként tartották számon. 1764-ben a Hold librációjával (vagyis az égitest mozgásában – forgásában és haladásában – megfigyelt ingadozásokkal és egyenetlenségekkel) kapcsolatos értekezéséért megkapta a Francia Természettudományi Akadémia díját. Ebben a dolgozatában alkalmazta azokat az egyenleteket, amelyek ma már az ő nevét viselik.

Sikerén felbátorodva az Akadémia 1766-ban díjat tűzött ki a Jupiter-holdak mozgásának leírására. Ezt ismét Lagrange nyert el, akárcsak 1772-ben, 1774-ben és 1778-ban. 1766-ban-miután meghívója, Nagy Frigyes kinyilvánította, hogy „*Európa legnagyobb királya*” szívesen látja udvarában „*Európa legnagyobb matematikusát*”. Euler és Jean d'Alembert francia matematikus ajánlásával Berlinbe ment, hogy átvegye Euler megüresedett helyét az ottani akadémián.

Lagrange 1787-ig élt Berlinben, és mindvégig bámulatosan termékeny volt. Értekezéseket publikált a háromtest-problémáról. Ez három, egymást a Newton-féle gravitációs törvény alapján kölcsönösen vonzó tömeg mozgásával kapcsolatos. Publikált differenciálegyenletekről, a prímszámok elméletéről, alapvetően fontos számelméleti egyenletről, a valószínűségszámításról, a mechanikáról, valamint a Naprendszer stabilitásáról. *Reflexióm sur la résolution algébrique des équations (Észrevételek az egyenletek algebrai megoldásával kapcsolatban*, 1770) című terjedelmes dolgozata új korszakot nyitott az algebra történetében, és Évariste Galois-t a csoportelmélet kidolgozására ösztönözte.

A kizárólag a tudománynak élő, csendes és szívélyes Lagrange távol maradt az udvari viszályoktól és intrikáktól. Frigyes halála után elfogadta XVI. Lajos párizsi meghívását. Külön lakosztályt kapott a Louvre-ban, többször is kitüntették, és a francia forradalom idején is mindvégig tisztelettel bántak vele. Ekkor írta *Mécanique analitique* c. klasszikus művét, amelyben – saját variációs számításaira alapozva – ragyogóan összefoglalta a Newton óta eltelt évszázad mechanikai kutatásait. Lagrange a mechanikai rendszerek bizonyos tulajdonságait egy összegnek (vagy integrálnak) a változásai alapján következtette ki, amelyek a rendszer valódi viselkedését leíró pályához viszonyított, elvileg lehetséges (más szóval virtuális) elmozdulásoknak tulajdoníthatók. Ez egyrészt a véges számú részecskéből álló rendszerek leírásához szükséges független („általánosított”) koordinátákat, másrészt a klasszikus mechanikai rendszerek ún. Lagrange-egyenleteit eredményezte. (Ahol a rendszer mechanikai energiája az általánosított koordináták, a megfelelő általánosított erők és az idő függvénye).

Lagrange könyve az analízis mintapéldája volt. Előszavában kijelentette, hogy „Ebben a műben senki nem fog lelni egyetlen számot sem”.

Az 1789-es forradalom után Lagrange rákényszerült, hogy részt vegyen a mértékrendszert megreformáló bizottság munkájában, majd tanítania kellett. Antoine-Laurent Lavoisier, a híres vegyész lefejezése után Lagrange kijelentette: *„Csupán egy pillanatra volt szükség egy olyan fej leütéséhez, amelyhez hasonló talán egy évszázad alatt sem születik.”*

1795-ben, az École Polytechnique megnyitása után (Gaspard Monge társaságában) Lagrange lett a francia műegyetem vezető matematikaprofesszora. Előadásait *Théorie des fonctions analytiques* („Az analitikus függvények elmélete”, 1797) és *Lecons sur le calcul des fonctions* („Előadások a függvényszámításról”, 1804) címmel jelentette meg. Ezek voltak az első valódi tankönyvek az analitikus függvénytan területén. Lagrange aggódott, hogy a kis mennyiségek hányadosai és ezek határértékei (vagyis a deriváltak) folytán a differenciál- és integrálszámítás nem kellően megalapozott, így e műveiben megpróbálta algebrai alapokra helyezni a számításokat, és kiküszöbölni az infinitezimálist. Tovább dolgozott a *Mécanique analitique*-en is, de az újabb kiadás már csak halála után jelent meg.

A korosodó matematikust Napóleon is megbecsülte, kinevezte szenátorrá, és grófi címet adományozott neki. Lagrange azonban továbbra is az a csendes, szerény, gondolataiba mélyedő, tiszteletreméltó tudós maradt, aki volt. Kétszer nősült, második felesége, Pierre-Charles Le Monnier csillagász lánya sokkal fiatalabb volt nála.

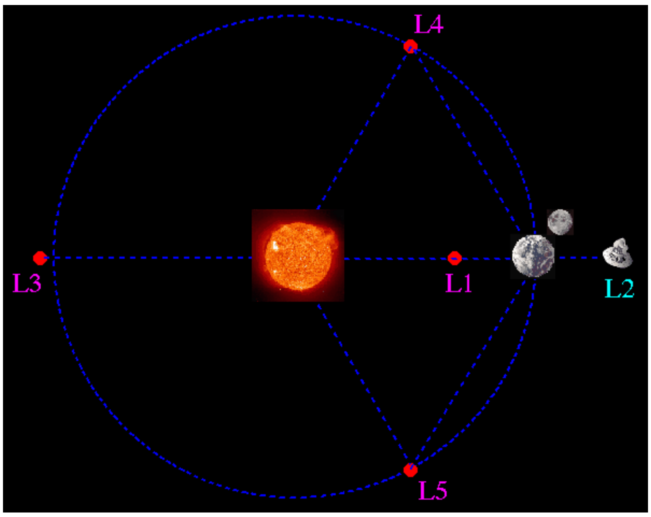
A Lagrange-függvény a fizikai rendszerek állapotát jellemző mennyiség. A mechanikában a kinetikus (mozgási) és a potenciális energia különbsége adja a Lagrange-függvényt. Az időben változó, egyik állapotból a másikba átmenő fizikai rendszerek úgy is elgondolhatók, mintha egy fejlődési pálya mentén mozdulnának el. E felfogás alapján feltehető a kérdés, hogy a rendszer miért választ egy adott utat az összes lehetséges közül. A válasz erre az, hogy a rendszer mindig olyan út mentén mozdul el, hogy Lagrange-függvényeinek összege a lehető legkisebb legyen. Ez olyasmit sejtet, mintha a Lagrange-függvény bizonyos értelemben a távolságok megfelelője lenne, és a fizikai rendszer mindig a legrövidebb utat választaná. A fénysugár speciális esetében a rendszer pályái éppen egybeesnek a fény rendes, térbeli útjával, és a Lagrange-függvény egyszerűen az idő múlására redukálódik. Az egyenestől eltérő vonalú pálya tehát, amit a fény egy fénytörő lencsében befut, pontosan az az út, amelynek megtételéhez a legrövidebb időre van szüksége.

Az elv azonban általánosabb ennél, és figyelemre méltó az a megállapítás, hogy a jelek szerint minden jelenséget egyformán jól ír le. Egy holdrakéta útját éppúgy, mint annak valószínűségét, hogy az egymással ütköző szubatomi részecskék a kiválasztott irányban folytassák útjukat az ütközés után.

A Lagrange-pont a csillagászatban a tér azon pontja, amelyben egy kis test két nagyobb test együttes gravitációs vonzásának hatására azokhoz képest közelítőleg nyugalomban maradhat. Az ilyen pontok létezését ő vezette le 1772-ben. A valóságban 1906-ban fedezték fel azokat a kisbolygókat, amelyek a Jupiter és a Nap együttes gravitációs hatására a Jupiter pályáján mozognak. A két égitesthez képest tartósan a Lagrange által megadott helyen vagy annak közvetlen közelében maradnak (lásd még trójai kisbolygók).

Minden két nagy tömegű testből álló rendszerben (pl. Nap-Jupiter vagy Föld-Hold) elméletileg öt Lagrange-pont van, de közülük csak kettő (az L_4 és az L_5) stabil, azaz olyan, ahol a kis testek a külső gravitációs perturbációs hatások ellenére tartósan megmaradnak. E stabil pontok a két nagy tömegű testtel olyan egyenlő oldalú háromszögeket alkotnak, amelyeknek egyik csúcsa az egyik Lagrange-pont, a másik két csúcspontban pedig a nagy tömegű testek találhatók.

A James Webb űrtávcsövet 2021.12.25-én lőtték fel. Ez a NASA legfontosabb asztrofizikai projektje, a valaha épített legjobb űrteleszkóp. Pályamagasság 1.5 millió km. Pálya: a Nap-Föld rendszer L_2 Lagrange-pontja.



Érdekességek

1. Állampolgárságai:

Francia Királyság
Francia Köztársaság
Francia Császárság

2. Házastársai:

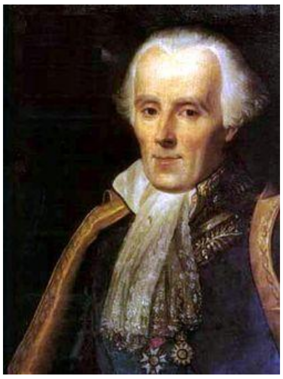
Vittoria Conti, illetve Adélaïde Le Monnier

3. Szakmai kitüntetések:

1. a Francia Becsületrend főtisztje
2. Royal Society tagja
3. Grand-croix de l'ordre de la Réunion
4. Az Eiffel-tornyon megörökített nevek listáján megtalálható a neve

4. Joseph Louis Lagrange aláírása:

5.5. Pierre-Simon de Laplace (1749.03.23.-1827.03.05.)



Szülei szegényparasztok voltak. Beaumont-ban született. A beaumont-i katonai iskolának bejáró növendéke volt, ahol feltűnt kitűnő emlékezőképességével. Tanulmányainak elvégzése után ugyanennek az iskolának lett tanára. Képességeinek azonban a kis vidéki iskola nem biztosított elég lehetőséget, és ezért Párizsba ment. Ajánlóleveleivel D'Alembertnél jelentkezett. A híres enciklopédista azonban nem fogadta Laplace-t. Ekkor Laplace saját kezűleg írt levélben kereste fel. A levél elolvasása után Laplace előtt megnyílt D'Alembert ajtaja, hiszen ez az írás a mechanikai elvekről szóló remek értekezés volt. Pár nap múlva Laplace-t az École Militaire matematika tanárává nevezték ki. Ettől kezdve gyorsan haladt előre.

24 éves korában már az akadémia levelező tagja, majd a királyi tüzérség növendékeinek vizsgáztatója lett. 1810 után majdnem minden európai tudományos akadémia tagjául választotta. 1794-ben az École Normale Supérieure analízis tanára lett, nem sokkal később pedig a Mértékügyi Hivatal tagja és elnöke. Egyike azon 72 tudósnak, akiknek neve szerepel az Eiffel-torony oldalán.

Szép tudományos sikereivel párhuzamosan haladt politikai pályafutása is. Ez azonban nem vált dicséretére, hiszen politikai sikereit főként köpönyegforgató ügyességének köszönhette. A buzgó republikánust cseppet sem zavarta, hogy a fordulat után átvette a belügyminiszteri tárcát. Igaz, hogy a bársonyszékben eltöltött hat hete csak arra volt jó, hogy alkalmatlanságát bizonyítsa. E minőségében furcsamód sürgette a köztársasági naptár eltörlését. Később a becsület-légió főtisztje, a császárság grófja és a restauráció után márki lett. Magas politikai kitüntetései ellenére ezen a téren nem sok becsülete volt.

Politikai viselkedésére jellemző a következő kis történet:

Az akadémia titkári székére Fourier-t és Biot-t jelölték. Laplace, hogy egyik jelölt jóindulatát se veszítse el, a kalapjába tett két szavazócédulát, és így szólt szomszédjához: "Ön bizonyára észreveszi, hogy két szavazólapot töltöttem ki, az egyiket megsemmisítem, a másikat pedig az urnába teszem. Így magam sem tudom, hogy melyik jelöltre szavaztam." A kínos az egész eljárásban csak az volt, hogy a kelleténél kíváncsibb szomszédja azt is észrevette, hogy mind a két cédulán Fourier neve szerepelt.

A hiúság és a politikai elvtelenség azonban semmit sem von le Laplace tudományos érdemeiből. Azt is javára kell írni, hogy a fiatal tudósokat mindig őszinte barátsággal segítette, és ha politikus körökben nem is, de tudóstársai becsülték és tisztelték. Rövid betegeskedés után, 78 éves korában hunyt el. Búcsúzó utolsó mondata: "Amit tudunk, az vajmi kevés, amit nem tudunk, az roppant sok!"

Nagyobb műveinek száma 90. Legnagyobb műve a *Mécanique céleste* (Égi mechanika). Összefoglalja benne annak a hatalmas munkásságnak az eredményeit, amelyet Newton, Clairaut, D'Alambert, Euler, Lagrange a bolygók mozgási törvényeinek a kutatásában végzett. 1812-ben megjelent *Théorie analitique des probabilités* (A valószínűség analitikai elmélete) klasszikus műve már a valószínűségszámítást mint a matematika önálló ágát tárgyalja.

A könyv annyi anyagot tartalmaz, hogy sok, későbbi felfedezés e tárgyban innen ered. Fizikai munkáiban jelentősen fejlesztette a fizikai matematikát, az analízist, a differenciálegyenleteket. Sok eredménye joggal sorolható a fizikához, de ugyanolyan erővel a matematikához is. Jelentősen fejlesztette a determinánselméletet.

Érdekességek

1. Házastársa:

Marie Anne Charlotte de Courty de Romange, három gyerekük születet.

2. Foglalkozása:

- matematikus
- csillagász
- fizikus
- politikus
- filozófus
- egyetemi oktató

3. Tisztségei:

- elnök (Société de Géographie)
- elnök (1796–, Francia Természettudományi Akadémia)
- Minister of the Interior (1799. november 12. – 1799. december 25.)
- member of the Sénat conservateur (1799. december 24. – 1814. április)
- Pair of France (1814. június 4. – 1827. március 5.)
- seat 8 of the Académie française (1816. április 11. – 1827. március 5.)

4. Kitüntetései:

- Royal Society tagja
- Royal Society
- American Academy of Arts and Sciences tiszteleti tagja
- Order of the Reunion
- Francia Köztársaság Becsületrendjének lovagja (1803. október 2.)
- Francia Köztársaság Becsületrendjének főtisztje (1804. június 14.)
- Grand-croix de l'ordre de la Réunion (1813. április 3.)
- Francia Köztársaság Becsületrendjének nagykeresztje (1825. május 22.)

6. A 20-ik század matematikusai

A 20-ik században már több matematikus dolgozott, mint az előző korszakokban összesen. Ennek következtében sok új ága alakult ki a matematikának (számítástechnika, hálózati ismeretek, kriptográfia, bonyolultság elmélet, stb.)

A század vége felé már évente kb. 30-40 000 új tételt mondtak ki és bizonyítottak a különböző területeken. Neumann János az 1950-es években (akit a század egyik legnagyobb tudósának tartanak), saját bevallása szerint a matematikai ismeretek több mint felére nincs rálátása sem. Ezért nagyon nehéz dolgom volt (a könyv terjedelme miatt is), hogy kiket válasszak bemutatásra.

Nem egyszerű átfogó elemzést, bemutatást adni a század matematikájáról. Néhány jellemző vonást azonban megemlítek. A modern matematika centrális fogalma a függvény helyett a „struktúra" lett. Ennek fő területei a következők: algebrai struktúrák, relációs (rendezett) struktúrák, topologikus struktúrák (absztrakt terek), hálózati struktúrák.

Ezek többsége különböző fajtájú „leképezések" segítségével definiálhatók, vagyis a függvény fogalmára épülnek (azaz egy relációk).

A napjaink matematikájának fontos jellemzői az általánosítás és az absztrahálás, valamint az axiomatikus rendszer. Korábban a matematikai fogalmak valamilyen külső szükségszerűségből adódtak és hosszú folyamat során tisztázódtak. Ma a fejlődés többnyire a matematika belső szükségleteiből indul el. Az új fogalmak logikai folyamat útján nyerik el végső formájukat.

A valósággal, illetve a gyakorlati alkalmazásban rejlő lehetőségek másodlagosak. Természetesen ez alól vannak kivételek (informatika, mesterséges intelligencia,…).

Ezek után nézzük meg két kivételes ember (tudós) életét és munkásságát.

6.1. Srínivásza Rámánudzsan Ijengar (1887.12.22.-1920.04.26)

Srínivásza Rámánudzsan Ijengar indiai matematikus zseni. Magasabb tanulmányok folytatása nélkül jelentős felfedezéseket tett a matematikában, különösen a számelméletben, a kombinatorikus számelméletben és a végtelen sorokkal kapcsolatban.

Rámánudzsan az indiai Tamilnádu állambéli Irodu nevű kisvárosban született, és ugyanott nevelkedett fel. *Srínivásza* az apja után kapott neve volt, de ezt még hivatalos iratokon is ritkán használta, vagy „S." betűvel rövidítette. Az *Ijengár* dél-indiai brahmin kaszt után kapott neve volt, amihez családja tartozott. A *Rámánudzsan* nevet egy i. sz. 1100 körül élt szent ember, *Rámánudzsa* után kapta. A *Rámánudzsan* név jelentése: „Ráma fiatalabb testvére". Rámánudzsan maga Ramanujan alakban írta a nevét, amikor latin betűket használt.

Apja, a tandzsávúri származású K. Srinivasza Ijengar könyvelőként dolgozott egy szárikat árusító üzletben. Anyja, Komalatammal háziasszony, egyúttal a helyi templom énekese volt. Kumbakonam városban, a Sarangapani Sannidhi utcában laktak egy hagyományos kelet-indiai házban, amelyet mára múzeummá alakítottak át.

Hároméves koráig alig szólalt meg, ezért anyai nagyapja a padlóra szórt rizsszemek közé rajzolta a tamil ábécé jeleit, s a gyerek kezét fogva hangosan kimondta őket. 1892. október 1-jén Rámánudzsan megkezdte tanulmányait a helyi iskolában.

Miután bírósági tisztviselőként dolgozó nagyapja elvesztette az állását, Rámánudzsan anyjával együtt visszaköltözött Kumbakonamba, ahol tanulmányait a Kangajan elemi iskolában folytatta. Apai nagyapja halála után visszakerült az anyai nagyszülőkhöz, akik időközben Madrászba költöztek. Az ottani tanítást nem szerette, és amennyire tudta, kerülte az iskolát. A család a rendőrséghez fordult segítségért, hogy karhatalmi kísérettel biztosítsák a fiú mindennapi eljutását az iskolába.

A Kangajan elemi iskolában jól teljesített, 1897 novemberében tette le első vizsgáit, angol és tamil nyelvből, földrajzból és aritmetikából a kerület legjobb eredményeit elérve. Még abban az évben, tíz esztendősen elkezdte középiskolai tanulmányait a Town Higher Középiskolában, ahol először találkozott magasabb szintű matematikával. A matematika tanulásához veleszületett tehetséggel rendelkezett. Tizenegy éves korára matematikai tudásával leközözte a házukban szobát bérlő főiskolásokat.

Valamivel később pedig kikölcsönözte és elolvasta Sidney Luxton Loney trigonometriakönyvét. Tizenhárom éves korára felállította első saját matematikai elméleteit, tizennégy éves korától iskolája kitüntető oklevelekkel és tudományos díjakkal ismerte el tehetségét. Ugyancsak tizennégy éves korában segített az iskolai osztályok megszervezésében, szétosztva a különböző szinten álló és eltérő igényű 1200 tanulót a mintegy 35 tanár között. Matematikai kötelezettségeit az előírt tanulmányi idő fele alatt teljesítette.

1902-ben, tizenöt éves korában megismerkedett a harmadfokú egyenletekkel, kidolgozta saját képletét a negyedfokú egyenletek megoldására. Egy évvel később hasonló kísérletet tett az ötödfokú egyenletekkel is, nem ismervén az annak lehetetlenségét 1824-ben kimondó Abel–Ruffini-tételt.

Tizenhét éves korában áttanulmányozta George S. Carr *Az elméleti és alkalmazott matematika elemi eredményeinek áttekintése* című, közel 5000 tételt tartalmazó könyvét. A könyv hatására kezdett el foglalkozni a Bernoulli-számokkal, valamint a divergens végtelen számsorokkal. A harmonikus sort vizsgálva 15 tizedesjegyes pontossággal kiszámította az Euler–Mascheroni-állandót.

Középiskolai tanulmányait 1904-ben fejezte be. Az iskolaigazgató matematikai díjjal tüntette ki. Ezt követően Kumbakonamban tanult ösztöndíjjal az ottani művészeti főiskolán. A matematika azonban annyira lekötötte figyelmét, hogy a legtöbb tantárgyból megbukott és az ösztöndíjat megvonták tőle. 1905 augusztusában elszökött otthonról, és egy hónapot Rádzsamundriban tartózkodott. Hamarosan Madrászban, a Pachaiyappa's College-ban folytatta felsőfokú tanulmányait. Matematikadolgozatait azonban részben megoldatlanul adta be, s csak azokkal a feladatokkal foglalkozott, amelyek felkeltették érdeklődését. Az egyéb tantárgyakban (angol, szanszkrit, élettan stb.) gyenge eredményeket ért el, és előbb 1906-ban, majd második nekifutásra 1907-ben is megbukott az államvizsgán. Diploma nélkül hagyta el az iskolát, s matematikai kutatásainak szentelte életét. Ez volt életének a legnehezebb időszaka, amelyet szélsőségesen szerény körülmények között töltött.

Miután a helyi szokásoknak megfelelően anyja elrendezte a házasságot, 1909. július 14-én, közel huszonkét évesen feleségül vette a Karúrból származó, tízéves Srímati Dzsanaki nevű lányt. Dzsanaki még három évig, a pubertáskor eléréséig a szülői házban maradt, s csak 1912-ben költözött egy fedél alá az akkor Mádraszba költöző férjével és anyósával.

A házasságkötést követően Rámánudzsannál herevízsérv alakult ki. A rendellenesség ugyan orvosolható lett volna egy rutinműtéttel, de családjának erre nem volt pénze. Végül 1910 januárjában az operációt egy jó szándékú orvos ingyen vállalta. A sikeres műtét után Rámánudzsan állást keresett magának. Egy barátjához költözött Mádraszba, és házról házra járva keresett könyvelői állást. Pénzkeresés végett a Presidency College diákjait korrepetálta. 1910 végén újból megbetegedett, és egészségét kímélendő barátját, R. Rádhákrisna Ijert bízta meg azzal, hogy matematikai jegyzeteit juttassa el a Pachaiyappa's College-ba Szingaravelu Mudaliar professzornak vagy a Madrászi Keresztény Főiskolára Edward Burns Ross professzornak. Felépülése után visszaszerezte jegyzeteit, és a francia fennhatóság alatt álló Villupuramba utazott. 1912-ben Mádrasz Georgetown nevű városrészébe költözött anyjával és az ekkor maga mellé vett feleségével, Dzsanakival együtt. Miután 1913 májusában kétéves kutatói ösztöndíjat nyert el a Mádraszi Egyetemen, családjával együtt a központibb elhelyezkedésű Triplicane városnegyedbe költözött.

Hogy költségeit fedezze, a madrászi kikötőnek dolgozott, mint hivatalnok. Több indiai matematikusnak küldte el tételeit, akik egymáshoz küldözgették, mert bevallották, hogy nem értenek eléggé a témához. Amikor az ismert indiai tudósok sora kimerült, Rámánudzsan angliai matematikusoknak küldte el tételeit azzal a kéréssel, hogy segítsenek a publikálásukban.

1912–1913 során több prominens angliai matematikusnak küldött bemutatkozó levelet, amiben tanácsot, segítséget kért a tételek megjelentetéséhez és munkái egy részét ismertette. A címzettek többsége a Cambridge-i Egyetemen volt matematika-professzor. Köztük volt Henry Frederick Baker, elismert matematikus, a Royal Society tagja, két évvel korábban a Londoni Matematikai Társaság elnöke. Baker udvariasan nemet mondott. Ernest William Hobson, ugyancsak ismert matematikus, a Royal Society kutató ösztöndíjasa volt. Hobson is nemet mondott.

1913. január 16-án Rámánudzsan egy újabb cambridge-i matematikusnak írt, Godfrey Harold Hardy-nak, aki kollégáinál jó néhány évvel fiatalabb volt, mindössze 35 éves. Hardy addig három könyvet és körülbelül száz matematikai cikket írt, a Trinity College kutató ösztöndíjasa volt, a Royal Society tagja. Hardy átnézve a levél több tucat állítását, nem tudta eldönteni, hogy beugratásról van-e szó, ezért megmutatta a levelet kollégájának, John Edensor Littlewoodnak, aki kiváló matematikus volt. A mintegy tízoldalas levél Rámánudzsan szépen formált betűivel íródott, így jól olvasható volt. A tételek között volt olyan, amihez hasonló bizonyítást maga Hardy publikált tizennégy évvel korábban az *Education Times*-ban, volt olyan, ami már száz éve ismert volt Laplace és Carl Gustav Jacobi munkáiból, de voltak olyanok is, amik ismeretlenek voltak, és ez a tény mindkét angol matematikust megdöbbentette. Hardy segítséget ajánlott fel az ismeretlen indiai fiatalembernek, aki akkor 23 éves volt.

Évekkel később E. H. Neville ezt írta: „Cambridge matematikusi köreiben senki sem felejtette el azt a szenzációt, amit Rámánudzsan levelének bemutatása keltett.” Hardy ugyanis mindenkinek megmutatta a levelet, kivonatokat készített és küldött körbe. Ugyanakkor jelezte az *India Office*-nak Londonban, hogy szívesen tanítványául fogadna egy indiai fiatalembert. Hardy a Rámánudzsannak írt levelében bizonyításokat kért, mivel Rámánudzsan pusztán a tételeit közölte. Az *India Office* madrászi képviselete felvette a kapcsolatot több indiai tudóssal, akik mind ajánlották a fiatalember kiküldését Cambridge-be.

Ugyanakkor az utazás lehetetlennek tűnt, mivel a hindu vallás szerint brahminoknak tilos volt átszelni az óceánt és idegen földre lépni. Egy ortodox hindu számára Európába vagy Amerikába utazni egyet jelentett a „beszennyeződéssel”. Ugyanabba a kategóriába esett, mint disznóhúst enni vagy feleségül venni egy özvegyet. Ugyanazzal az eredménnyel járt: kizárással a kasztjából. A kasztból való kizárás a közösségből való kiközösítést jelentette. Rámánudzsan nem volt lázadó, tiszteletben tartotta a vallási hagyományokat, ezért a külföldre való utazás gondolata nem foglalkoztatta.

Rámánudzsan válaszolt Hardynak egy kilencoldalas levélben, amiben újabb tételeket írt le, és hozzátette: „Nem azért nem küldtem el a bizonyításokat, mert nem akartam, hanem mert nem maradt hely számukra.”

1913. március 13-án, Walker levelének hatására B. Hanumantha Rao matematika-professzor megbeszélést tartott Nárájana Ijer professzorral annak lehetőségéről, hogy milyen módon tudják segíteni Rámánudzsan tanulmányait. A Matematikai Tanulmányok Tanácsa 19-én ült össze, és kétéves kutatói ösztöndíjat szavazott meg, aminek összege 75 rúpia volt (ez több mint a duplája volt annak, amit Rámánudzsan kikötői hivatalnokként keresett). Április 7-én azonban a javaslatot az ösztöndíjra visszavonták, mert azt csak egyetemi végzettséggel lehetett megkapni és Rámánudzsannak még középiskolai végzettsége sem volt. Sundarayam Ijer, a bizottság elnökhelyettese, a Madrászi Legfelsőbb Bíróság főügyésze azonban kiállt az ösztöndíj mellett, mivel, szavai szerint „annak célja a kutatás elősegítése”. Ez kedvezően döntötte el a kérdést. Mindössze hat héttel Hardy levele után, amit az indiai hatóságoknak írt, a szabályokat módosították, hogy azokba Rámánudzsan esete is beleférjen.

Április 12-én Rámánudzsan megtudta a jó hírt. Az ösztöndíj felszabadította a kikötőben végzett munka alól, így minden idejét a matematikai kutatásoknak szentelhette, részt vehetett az egyetemi előadásokon és használhatta az egyetemi könyvtárat is. Neve ismertté vált, pártfogói lettek magasabb körökben, matematikai lapokban publikált és nyugati matematikusokkal levelezett. Rámánudzsan kötelezettsége mindössze annyi volt az ösztöndíjjal kapcsolatban, hogy háromhavonta be kellett számolnia a haladásáról, amit lelkiismeretesen meg is tett.

Felesége, Dzsanaki visszaemlékezése szerint időnként megkérte anyját vagy nagyanyját, hogy ébresszék fel éjfél után, hogy folytathassa tanulmányait a csendes és hűvös órákban. Néha emlékeztetni kellett az evésre. Az ételt kis golyókba gyúrták és a kezébe adták, így enni tudott anélkül, hogy a gondolatmenete félbeszakadt volna. Dzsanaki és ő külön időszakokban aludtak. Dzsanaki szerint: "valahányszor kinyitottam a szemem, azt láttam, hogy dolgozik valamin." Kapcsolatuk felszínes maradt, Dzsanaki ekkor 14 éves volt.

1913. augusztus 5-én, első jelentésében a Matematikai Tanulmányok Tanácsának így ír: „Jelenleg sok olyan határozott integrál van, aminek tudjuk, hogy véges az értéke, de az eddig ismert módszerekkel azt nem tudtuk meghatározni.”

Az általa javasolt tétellel (*Ramanujan Master Theorem* - **Rámánudzsan fő-tétele**) a határozott integrálok közül sok kiszámíthatóvá vált.

A matematikában 1896-ban vált ismertté Frullani integrál-tétele, amivel egyes integrálok kiszámíthatóvá váltak, de ehhez az kellett, hogy két meghatározott függvény egyenlő legyen. Rámánudzsan 1913-ban kiterjesztette ennek érvényességét, az ő tételében nem volt ez a megszorítás, így a módszer több esetre vált alkalmazhatóvá. Hardy 1902-ben próbálkozott hasonló megoldással, cikket is írt róla, de nem ismerte fel azt a módszert, amit Rámánudzsan megtalált.

A tengerentúli utazásra vonatkozó tiltást helytelenítette K. Naraszimha Ijengár, a család barátja, és igyekezett meggyőzni Rámánudzsan anyját, az utazás legnagyobb ellenzőjét. Szesu Ijer szintén nyomást gyakorolt az asszonyra, Ramaszvámi Ijer és Rámacsandra Rao pedig Rámánudzsanra. Nárájana Ijengár, bangalore-i matematikus, a *Journal of the Indian Mathematical Society* szerkesztője, aki három évvel korábban segítette Rámánudzsan első írásának megjelenését, mivel saját maga aggályosan ortodox volt, a szava nagyobb súllyal esett latba.

A döntő mozzanat azonban az volt, hogy Rámánudzsan anyja élénk álmot látott, amiben a fiát európaiak vették körül, és közben Namagiri istennő hangját hallotta, aki azt parancsolta neki, hogy ne álljon a fia és annak életküldetése közé.

1914 újév napján a 25 éves Eric Harold Neville, Hardy embere, megérkezett Madrászba, hogy differenciál-geometriát adjon elő az egyetemen. Hardy szerint tehetséges matematikus volt, de nem kiemelkedő, mint mondjuk Littlewood. Volt egy titkos feladata: meg kellett győznie Rámánudzsant, hogy Angliába utazzék. Neville az egyetem nagy előadótermében tartotta meg 21 előadását, ahol egyszerre 1600 matematikushallgató fért el, akik egész Dél-Indiából érkeztek az elkövetkező hónap során.

A két férfi az első néhány előadás után bemutatkozott egymásnak. Neville visszaemlékezései szerint: „Tiszta, borotvált, bátortalan, de élénk fiatalember, jó szónok, akkora szókinccsel, amivel ritkán találkoztam”. Többször leültek beszélgetni, Rámánudzsan mindig a jegyzetfüzetével együtt, amit Neville elképedve figyelt. Még jobban meglepődött, amikor Rámánudzsan megkérdezte, hogy tudná-e használni a jegyzetfüzetét az előadásaihoz. „Ez akkora megtiszteltetés volt, ami addig még sohasem ért” - tette hozzá Neville. „Az élete munkáját adta a kezembe”. Ekkor feltette a perdöntő kérdést: „Volna kedve Cambridge-be utazni?” Meglepetésére az ellenkezés addigra megszűnt. Neville biztosította róla, hogy az utazás és az Angliában való tartózkodás költségeit fedezik, tiszteletben tartják a vegetarianizmusát és nem kell újabb vizsgákat tennie, mint más diákoknak.

Az utazást nem mindenki fogadta el. Apósa csodálkozott, hogy Indiában miért nem tud matematikával foglalkozni. Anyja aggódott az ellátása és a hideg időjárás miatt, továbbá, hogy a brit nők elcsábítják. Rámánudzsan barátai azonban megtiszteltetésnek vették Madrász számára, hogy egyikük elismerésképpen Angliába utazik ösztöndíjasként. Barátai segítségével európai ruhát vásároltak, továbbá kiegészítőket: cipőt, zoknit, nyakkendőt... stb. Rámacsandra Rao egyik barátjánál, aki korábban Európában élt, megtanulta a kés és villa használatát. Az öltözetet kényelmetlennek találta, barátai sem látták rajta, hogy izgatott lenne vagy örülne az utazás miatt.

Rámánudzsan az S. S. *Nevasa* nevű gőzhajón indult Angliába 1914. március 17-én. A kikötőben ünnepélyes keretek között búcsúztatták. Április 14-én érkezett Londonba. E. H. Neville autóval várta őt megérkezésekor. Négy nappal később Neville a Chestertown Road-i házába költöztette, ami Cambridge kertvárosában volt. Bár nem kellett vizsgáznia, de bement néhány matematikai előadásra, amit Hardy tartott és egy Arthur Berry nevű matematikus a King’s College-ból. Hat hét múlva elköltözött Neville-től, és Hardy irodájának közelében, a Whewell's Courton bérelt lakást.

Az elkövetkező időkben Hardy áttanulmányozta a Rámánudzsan jegyzetfüzetében levő tételeket, melyek közül 120-at már volt alkalma megismerni a neki küldött első levélből. A tételek között akadtak hibásak és már felfedezettek egyaránt. A későbbi becslések szerint a tételeknek legalább 2/3-a vadonatúj felfedezés volt. Hardy rádöbbent, hogy a neki küldött levelek tartalma csak a jéghegy csúcsa volt és a jegyzetfüzetek legalább 3-4000 további tételt tartalmaznak. (Hét évvel később, 1921-ben Hardy azt írta, hogy még rengeteg felfedezni való van a jegyzetfüzetekben).

Már néhány hónapja Angliában volt, de Hardy és Littlewood ez alatt éppen csak bele tudtak merülni néhány érdekesebbnek látszó tételbe, de ennyi idő alatt megerősödött az első levél után kialakult benyomásuk: „...csak Eulerrel és Jacobival tudom összehasonlítani", mondta róla Hardy, és Littlewood egyetértett vele (akiről köztudott volt, hogy zseni). Nem sokkal később nekiláttak a tételek publikálásának. A szerkesztési munkát Hardy végezte. Júniusra két cikk készen állt a megjelenésre, hogy szélesebb olvasóközönség is megismerkedjen velük. Azonban az első munkát csak a Londoni Matematikai Társaság soros ülésén mutatta be, 1914. június 11-én.

1915-ben megindult a publikációk áradata. 1914-ben mindössze egy írása jelent meg, amit a *Quarterly Journal of Mathematics* szaklap közölt *Modular Equations and Approximations to Pi* címmel. Mitől lehet érdekes a π értékének közelítő számítása?

$$e^{i\pi} + 1 = 0$$

A fenti képlet, amit Euler állított fel, összefüggést jelent a geometria, egy transzcendens szám (az Euler-féle szám, „*e*"), és a képzetes egység között. Az összefüggés példa arra, hogy egymástól látszólag távol eső matematikai fogalmak hogyan kapcsolódhatnak össze. Természetesen a π értékének közelítésére addigra már rengeteg képlet ismert volt. Rámánudzsan módszere ezeknél jóval gyorsabb, a számítógépek is hasonló algoritmust használnak, ha ki akarják számítani a π értékét.

Körülbelül ezekben az években Hardyt meglátogatta a magyar származású Pólya György matematikus, és elkérte tőle Rámánudzsan jegyzetfüzetének másolatát. Néhány nappal később pánikszerűen adta vissza, és azt mondta, nem akar Rámánudzsan tételeinek bűvkörébe kerülni, mert akkor egész életében ezek bizonyításával foglalkozna, és nem jutna ideje mást felfedezni.

Aktív, sikeres évek következtek ezután. Az intuitív Rámánudzsan esetleges oktatás béli hiányosságait jól kiegészítették Hardy ismeretei, akivel így eredményes párost alkottak a közös munkákhoz.

Az elkövetkező öt évben Rámánudzsan G. H. Hardy professzor tanítványaként 3900 különböző tételt, összefüggést fedezett fel. Később ezek a felfedezések nem mindegyike bizonyult helyesnek, és volt olyan is, amelyet már ismert a matematikus világ. Azonban voltak igen hasznos, később nélkülözhetetlennek bizonyuló felfedezések is, mint a Rámánudzsan-prím és a Rámánudzsan-féle téta-függvény.

1915 januárjában Cambridge sötétbe borult. Az utcákon nem világítottak a gázlámpák, az elektromos lámpákat árnyékolni kellett, a legtöbb helyen gyertyával világítottak. A város kórházát elárasztották a sebesült katonák, júliusra már tizenkétezer volt belőlük. A diákok ugyanakkor elmentek, a létszámuk 3500-ról 500-ra csökkent. Az egyetem oktatóit áthelyezték a hadsereg irányítása alá, a kémiai labor katonai kutatást végzett támadó gáz előállítására, a műhelyekben lőszert gyártottak. Littlewoodot besorozták a tüzérséghez, áthelyezték, és a légelhárításban használt lövedékek ballisztikai számításait bízták rá, amit unalmasnak talált. Hardynak nem kellett háborúval kapcsolatos dolgokkal foglalkoznia. Ő és Littlewood 1915–1919 között tíz matematikai cikket írt közösen, amik témája igen távol állt a háborús feladatoktól.

Rámánudzsan rendszeresen levelezett indiai rokonaival és barátaival. Az első hónapokban 3-4 levelet írt, de később, a háború alatt is legalább havi két levelet. Leveleiben kevés szó esik az első világháborúról, inkább a vegetáriánus étkezéséről és a vallási előírások betartásáról írt. Két fivérének csomagot küldött, ami tele volt angol könyvekkel. Leveleiben megemlítette, ha egyik vagy másik írása megjelent valamelyik rangos angliai magazinban. Az elszigeteltség és meg nem értés hosszú évei után munkáinak nyilvános megjelenése volt az egyetlen elismerés, amire vágyott, és amire az otthoniak is büszkék lehettek. 1915-ben kilenc cikke jelent meg angol szaklapban, míg az ezt megelőző 27 évben mindössze öt, az indiai *Journal of the Indian Mathematical Society*-ben.

Eredetileg két évet szándékozott Angliában tölteni. 1915 júniusában azt írta egyik barátjának, hogy a következő évben visszatér Indiába. De mindössze egy hónappal később már azt írta, hogy az Indiába való visszatérése valószínűleg csak átmeneti lesz: „Azt hiszem, szükséges lesz itt maradnom még pár évig, mivel Madrászban sem segítséget nem kapok, sem a munkáimat nem ismerik.”

A Cambridge-be való érkezése utáni hónapokban az egyetem diákjai a szerénységét barátságtalanságnak értelmezték és néha gúnyolták is. Egy évvel későbbre ez gyökeresen átalakult, ismert és népszerű lett, otthonosan mozgott a társadalmi összejöveteleken. Eredményeiről a diákok is elismerően szóltak, az indiai diákok legendás alaknak tekintették. Ismert volt előttük és csodálatot váltott ki az a tény is, hogy „az angolok mindent megmozgattak, hogy Cambridge-be tudják hozni”. Két fénykép maradt fent ebből az időszakból, ami az egyetem ünnepélyesen öltözött diákjainak csoportját ábrázolja. Rámánudzsan mindkettőn központi helyet foglal el.

Valamikor 1916 elején egyik indiai barátja, Gyanesh Chandra Chatterji, aki államigazgatási tanulmányokat folytatott Cambridge-ben, bejelentette, hogy megnősül. Hogy megünnepeljék az eseményt, Rámánudzsan meghívta barátját és a menyasszonyt a lakására egy ebédre. Indiában Rámánudzsan valószínűleg sohasem készített ételt, mert ez anyja és felesége feladata volt. Angliában azonban kényszerűségből megtanulta néhány étel elkészítését. Vasárnaponként indiai barátai időnként átmentek hozzá, és dicsérték a dél-indiai ételeket, amiket készített. Ezúttal is ki akart tenni magáért. Rámánudzsan felszolgálta a levest, ami mindenkinek ízlett, és még kértek belőle. „Egy harmadik adagot?” - kérdezte Rámánudzsan. Chatterji kért, de a hölgyek már nem. Rámánudzsan kiment a házból, taxiba ült és a kb. 160 km-re lévő Oxfordba utazott. Vendégei este 10-ig várták, majd távoztak. Chatterji négy napig nem hallott barátja felől, az ötödik napon távirat érkezett Oxfordból, amiben Rámánudzsan 5 fontot kért tőle kölcsön. Később elmondta barátjának, sértésnek fogta fel, hogy nem kértek többször az ételből, amit készített.

Bár abban az időben egész Angliában mindössze néhány ezer indiai származású diák tanult felsőoktatási intézményekben, több tanulmány készült a beilleszkedésük nehézségeiről. A legtöbb indiai diák az angolokat érzelmileg hidegnek találta. Legtöbbjük elszigetelődött. Egy tanulmány megállapítása szerint az indiai diákok 83%-ára jellemző volt, hogy Indiában a barátok legalább naponta egyszer vagy többször is találkoztak egymással. Amikor Angliában éltek, ez az arány 17%-ra esett.

Az időjárás szinte egész évben felhős, borongós volt, ami szintén rontotta az indiaiak hangulatát. Még júliusban is legalább tíz napon át esett az eső. Télen már délután négykor sötét volt. A háború tovább rontott a helyzeten. Cambridge (általában Kelet-Anglia) ki volt téve a német Zeppelin léghajók támadásainak. A King's College Chapel védelme érdekében az utcákat nem világították ki.

A Royal College of Physicians of Edinburgh elnöke megállapította, hogy az indiai diákok között gyakori a tuberkulózis, amit elsősorban az angliai klíma váltott ki, de hozzájárult a vallásos diákok vegetáriánus étkezése is, ami a zord körülményekhez nem volt megfelelő.

Indiában rendelkezésükre állt, és ha nem akartak főtt ételt enni, könnyen hozzáférhető volt a mangó, a banán vagy a kenyérfa termése, joghurttal fogyasztva. 1915-ben Rámánudzsan azt írta egyik barátjának, Subramaniannak Indiába: „Nincs szükségem semmire, az étkezésemet ellenőrzöm, elélek rizsen, kis sóval és citromlével, a végtelenségig”. Neville felesége megjegyezte, amikor náluk lakott, hogy hajlamos volt naponta csak egyszer enni, vagy csak kétnaponta egyszer.

Már egy 1890-ben megjelent könyv, ami indiai diákok angliai tartózkodásával kapcsolatban adott tanácsokat, tartalmazta azt az észrevételt, hogy az angol diákok nem csak a szellemi fejlődésükkel törődnek, hanem a testgyakorlással is, amihez hozzátartozott a mindennapi sporttevékenység. Az indiai diákok körében ez ritka volt. Hardy néhányszor próbálta Rámánudzsant rávenni, hogy krikettezzen velük, de ő nemet mondott.

A német hadsereg 1915 februárjában tengeralattjárókkal tengeri blokád alá vonta a Brit-szigeteket. A blokádot 1916 októberében tovább fokozták és közben sok hajót elsüllyesztettek. Nagy-Britannia már a háború előtt is nagyarányú behozatalra szorult élelmiszerekből: a húsfélék 40%-át, a gabona 80%-át külföldről kellett behozniuk. A háború alatt a lakosság éhezett. Az alultápláltság széles körben elterjedt jelenséggé vált. Az élelmiszert jegyre osztották, az árak tovább emelkedtek. 1916-ra egy munkáscsalád 65%-kal többet költött élelmiszerre, mint a háború előtt. 1917 elejére komoly élelmiszerhiány lépett fel.

Még nehezebb volt alapanyagot szerezni a vegetáriánus ételekhez. 1914 júniusában még azt írta Rámánudzsan, hogy „könnyen hozzáférhető a tej és a gyümölcsök". 1917-re mindenféle gyümölcs és zöldségféle nehezen beszerezhetővé vált. A rendszertelen, hiányos étkezés, a folyamatos, megfeszített szellemi munka, a pihenés hiánya, a klíma mind hozzájárultak, hogy Rámánudzsan szervezete legyengüljön.

W. C. Wingfield, egy neves angol szanatórium orvos-főfelügyelője megfigyelései szerint a leggyakoribb betegség abban az időben a tuberkulózis volt, aminek okai között a következőket sorolta fel: túlmunka, kimerülésig folytatott játék, túlzott aggódás, alultápláltság, a szükséges napfénymennyiség és a friss levegő hiánya. A túl sok játékon kívül Rámánudzsanra mindegyik jellemző volt. 1917 elején beteg lett, de sem akkor, sem később nem derült ki, milyen okból. Májusban Hardy levelet írt a Madrász Egyetemre a hírrel. Azonban gyógyítás céljából nem volt tanácsos Indiába utaztatni, ahol az orvosok többsége szintén a hadsereg szolgálatában állt. A német blokád miatt a hajók az elsüllyedést kockáztatták. Így Angliában maradt, egy magánklinikán helyezték el.

Az állapota annyira rossz volt, hogy Hardy beszélt a Trinity College vezetőjével, hogy vegye fel a kapcsolatot Rámacsandra Raóval Rámánudzsan hazautaztatása érdekében. Később azonban a páciens állapota valamivel jobbra fordult. Egy ideig Hardy ápolta. Rámánudzsan kifogásolta az ételt, amit adtak neki, nem vette be a gyógyszereket, mert nem hitt abban, hogy azok érnek valamit és állandóan fájdalmakra panaszkodott. A következő két évben legalább nyolc orvos kezelte, öt különböző kórházban. 1917 októberében a Somerset megyében fekvő Mendip Hills szanatóriumban dr. Chowry-Muthu indiai orvos felügyelete alá került, akivel három évvel korábban a *Nevasa* hajó fedélzetén együtt utazott. Dr. Muthu a tuberkulózis specialistája volt.

Az első diagnózis gyomorfekély volt. Felmerült az is, hogy az indiai vízsérvműtéte valójában egy rosszindulatú daganat eltávolítása volt. Mivel azonban az állapota nem rosszabbodott, az ötletet elvetették. A vérmérgezés lehetett a következő lehetséges ok. Ezt később arra alapozták, hogy a vegetáriánus ételeket nem külön edényben, hanem magában a konzervdobozukban melegíthette fel a gázsütőjén, és így a fémdoboz összeillesztéséhez használt ólom kioldódhatott. A legvalószínűbb azonban a gümőkór volt, így a következő években ezzel kezelték. A 19. század közepéig az európai városokban három haláleset közül egynek a gümőkór volt az oka. Még a 20. század elején is nyolc haláleset közül egynek ez volt az oka Angliában.

Mint később több ország halálozási és étkezési adatai alapján kimutatták, a betegségre való hajlamot a hús- és tejtermékek fogyasztásában való visszaesés váltotta ki. Az ezekben lévő D-vitamint csak 1920-ban fedezték fel, és csak jóval később mutatták ki a D-vitamin és az immunrendszer kapcsolatát, továbbá a D-vitamin hiányában a gümőkór gyakori előfordulását az indiai szubkontinensről Angliába érkező bevándorlók esetén. A D-vitamin elsődleges forrásai a tojássárgája, a húsok és a zsíros halak. Már a 18. században is használták a tőkehal máját a gümőkór kezelésére. Az egyedüli tojás kivételével Rámánudzsan nem fogyasztotta ezeket az ételeket. A D-vitamin lehetséges forrása az ezzel dúsított tej, ami abban az időben még nem létezett. A D-vitaminnak van még egy fontos forrása, ami Indiában bőségesen rendelkezésre állt, míg Angliában nem: a napfény. Rámánudzsan Cambridge-ben kevés napfényhez jutott, hiszen a szabad levegőre is ritkán ment ki, mivel éjszaka szeretett dolgozni és nappal aludt.

A Mendip Hills szanatóriumban csak rövid ideig tartózkodott, novemberben átkerült a Matlock House szanatóriumba, ahol a kor szokásainak megfelelően a gümőkóros betegek kezelése a szabad levegőn való fekvésből állt. A kezeléshez tartozott, hogy a szobákat csak hetente egyszer fűtötték. Több szanatóriumban nem volt üveg az ablakokon és az ajtókat is állandóan nyitva tartották. (A betegség gyógyszerét, a sztreptomicint csak az 1950-es években kezdték használni).

Indiai otthonában anyja terrorizálta Dzsanakit, akinek leveleit nem továbbították Angliába és a neki szóló leveleket sem kapta meg. Az anyós Dzsanaki horoszkópját okolta a fia betegségéért. Dzsanaki a testvére házassága ürügyén elszökött Karacsiba, és pénzt kért ruhára férjétől. Rámánudzsan addigra (anyja beszámolói hatására) elhidegült feleségétől, de anyjának és barátainak is egyre kevesebbszer írt. 1914-ben még heti egy levelet küldött, 1916-ban 2-3 havonta egyet, 1917-ben pedig egyet sem.

Rámánudzsan rosszul fogadta, hogy nem választották be a Trinity College tagjai közé. Felesége minden bizonnyal elhagyta. Olyan szanatóriumban volt, ahol nem kapta meg az általa igényelt ételeket és gyenge állapota miatt legfontosabb feladatával, a matematikával sem tudott foglalkozni.

Pontosan nem tisztázott okokból 1918 januárjában vagy februárjában a londoni metró egyik állomásán a vonat elé vetette magát. Egy alkalmazott észrevette és működésbe hozta a vészféket. A kocsi néhány méterrel a gázolás előtt megállt. A rendőrség letartóztatta, de Hardy közbelépett és minden tekintélyét latba vetve elintézte, hogy szabadon engedjék.

Az első világháború befejeződött Anglia számára 1918. november 11-én. Rámánudzsan néhány hónap alatt 4-5 kilót felszedett korábbi leromlott állapotához képest. Tudományos céljait elérte Angliában, Indiában egyetemi állásra számíthatott (olyan magas fizetéssel, amit nem akart elfogadni), ahol a kutatásait szabadon folytathatta.

1919. március 13-án elindult a *Nagoya* gőzhajó fedélzetén Bombay-be (ma Mumbai), hogy visszanyerje egészségét.

Időközben a háború Indián is nyomot hagyott. Sokan vidékre menekültek, köztük Rámánudzsan szülei is. Az országban mindössze 15 000 brit katona volt, ezért önkéntes indiai hadsereget toboroztak, aminek létszáma hamar elérte az 1 millió főt, és nagy számban érinthetetlenekből állt. Politikailag az ország elindult a függetlenné válás útján. 1915-ben Annie Besant, egy angol társadalmi reformer az „Otthoni kormányzás" („Home Rule") elveit propagálta az általa szerkesztett *New India* című napilapjában. Ugyanabban az évben Gandhi, aki már ismertté vált az erőszakmentességi elve miatt, visszatért Dél-Afrikából Indiába, ahol tömegmegmozdulásokat szervezett.

Rámánudzsan Angliába való utazását, ottani tanulmányait, publikációit, elismeréseit Indiában is figyelemmel kísérték és minden kedvező hírt kitörő örömmel fogadtak. Ugyanakkor a visszatérés időpontja kedvezőtlen volt, mert influenzajárvány tombolt, amiben tízmillió ember halt meg. Csak a matematikai társaság kis létszámából öten hunytak el ebben az időszakban, influenzában. Míg Rámánudzsan Angliában tartózkodott, Indiában meghalt E.W. Middlemast, a Presidency College matematikus professzora (aki az első ajánlólevelet adta neki), és 42 éves korában Singaravelu Mudaliar professzor, aki matematikát oktatott neki a Pachaiyappa's College-ban.

1919. március 27-én partra szállt Bombay-ben. Anyja és fivére fogadták a családból, ő a feleségét hiányolta (aki egy éve Rádzsendramban élt és férje érkezéséről is csak az újságokból értesült, anyósa nem tájékoztatta). 1919. április 1-jén a matematikai társaság újságja címoldalon számolt be Rámánudzsan megérkezéséről, amiben megemlítik bizonytalan egészségi állapotát is. Rámacsandra Rao április 2-án találkozott vele, amikor a család Madrászba érkezett. „Borzasztóan nézett ki." - mondta róla Rao. Régi barátja, Viswanatha Sastri ló vontatta kocsin vitette egy gazdag ügyvéd bungalójába. Amikor megérkezett a házhoz, Rámánudzsan már joghurtot és *sambhar*-t evett. „Ha ezeket ehettem volna Angliában, nem lettem volna beteg." – mondta.

Madrász előkelősége sorban látogatást tett az indiai zseninél, aki tudományos hírnevet szerzett a világban magának és egész Dél-Indiának. Még a rákövetkező évben is ők fizették az orvosi és egyéb számláit. Felajánlották a házaikat, hogy lakjon náluk. Hogy a látogatók áradatát kordában tartsa, orvosa, M.C. Nanjunda Rao áthelyeztette egy Venkata Vilas nevű helyre. Ez a kulturált Madrász szívében volt, távol gyerekkori otthonától. A brahmin származású szellemi elit lakott errefelé, ügyvédek és tudósok, luxuskörülmények között. Ide érkezett meg április 6-án Dzsanaki és fivére, miután Rámánudzsan bátyja levélben meghívta őket. Körülbelül egy héttel később megérkezett Rámánudzsan apja, nagyanyja és öccse Kumbakonamból.

A nyár közeledtével az orvosok a kontinens belseje felé való utazást javasoltak a nagy meleg és a pára elkerülése érdekében. Az egyik lehetőség Kojambuttúr volt, ami a hegyek között feküdt, éghajlata szárazabb volt és 5-6 fokkal hűvösebb. Rámánudzsan anyja azonban Kodumudi mellett tette le voksát, ami a házukhoz közelebb fekvő kis település volt. Hamarosan átköltöztek oda. Az utcától nem messze le lehetett menni a folyóhoz ruhát mosni és tisztálkodni, ahová férfiak és nők egyaránt jártak. Ezen a helyszínen 1919. augusztus 11-én Rámánudzsan a nyilvánosság előtt fellázadt anyja ellen. Problémák már korábban is voltak, de eddig ilyen nyíltan nem törtek a felszínre (például Rámánudzsan első osztályú vasúti kocsiban szeretett volna utazni, anyja azonban a másod-, vagy harmadosztályhoz ragaszkodott). Ezúttal Rámánudzsan a folyóhoz készült, hogy elvégezze a *Sravanam* nevű tisztálkodást, ami vallási előírás volt. Dzsanaki is vele akart menni, de anyósa nem akarta engedni. Rámánudzsan azonban ragaszkodott hozzá, hogy vele menjen.

A kenyértöréshez hozzájárultak az elfogott és visszatartott levelek, amikről Rámánudzsan csak hazaérkezése után most szerzett tudomást. Tiszteletteljesen, de határozottan beszélt anyjával: Dzsanaki vele megy. Innentől kezdve Dzsanaki kicsit szabadabban érezte magát és férje is felszabadultabb lett. Dzsanaki gondoskodott az ételéről, odaadta neki a gyógyszerét és vigyázott rá éjszaka. Amikor Komalatammal úgy gondolta, hogy ideje lenne, ha Dzsanaki összepakolná a holmiját és hazamenne a szüleihez, Rámánudzsan visszautasította az ötletet.

Rámánudzsan két hónapig maradt Kodumudiban. Vasárnaponként eljött az orvosa, C.F. Fearnside, aki ilyenkor megvizsgálta. Az orvos javaslata a vagy Kojambuttúrba, vagy Tandzsávúrba való utazás volt. Rámánudzsan az utóbbi nevét tamil kiejtéssel eltúlozva *Tan-savu-ur*-nak mondta és hallani sem akart róla (a kifejezés jelentése: „a halálom helye”). De a nyár elmúltával valahova utazni kellett, így a választás Komalatammal utasítása szerint Kumbakonamra esett.

Augusztus végén Komalatammal előre utazott, hogy kiválassza a házat, ami egyáltalán nem felelt meg fia egészségi állapotának. Szeptember 3-án Rámánudzsan és a család többi tagja elutazott Kodumudiból és másnap alkonyatkor megérkezett Kumbakonamba. A gyermekkorából ismerős környék kissé felvidította. Régi cimborák bukkantak fel, gyerekkori ismerőseit látogatta meg.

Itt új orvosa volt, P. S. Csandraszekár, a tuberkulózis ismert specialistája, a madrászi orvosi egyetem higiénia- és fiziológia-professzora, akit Madrászból hozattak ide az ő ápolásának céljából. Azonban az angliai szanatóriumokban töltött két év nemhogy javított volna, hanem rontott az állapotán. Egy tanulmány kimutatta, hogy a tuberkulózissal ott „kezelt” páciensek 45%-a elhunyt 5 éven belül, de a többség a két évet sem érte meg az elbocsátás után. Csandraszekár megállapítása szerint a betegség előrehaladott volt. Rámánudzsan addigra szkeptikus lett a betegségével kapcsolatban. Két és fél év óta, amikor a betegsége kitört, Madrászban két helyen volt kórházban, majd Kodumudiban és valószínűleg röviden Kojambuttúrban is. Ezután Kumbakonam következett. Mindez kilenc hónap alatt. Közben az állapota egyre rosszabb lett, ezért Csandraszekár Madrászba rendelte kezelésre, ahol az időjárás akkor hűvösebb, kedvezőbb volt.

1920. január 12-én levelet írt Hardynak. Ebben arról ír, hogy „...felfedeztem egy érdekes függvényt, amit ál-téta függvénynek nevezek. A »hamis« téta függvényekkel ellentétben ez olyan gyönyörűen illeszkedik, mint a valódi téta függvény.” (A levélben leírtak a matematikának annyira eredeti darabjai, hogy ma is lázba hozzák a valódi matematikusokat és Rámánudzsan legjobb munkáinak egyikének tartják). Mint több más munkája, a téta függvények is végtelen sorokkal ábrázolhatók. Hardynak írt levelében leírja, hogyan lehet ezeket a függvényeket előállítani.

G. N. Watson matematikus - aki ezeket a függvényeket tanulmányozva tizenhat évvel később a Londoni Matematikai Társaság elnöki székébe jutott - kijelenti, „a függvények felfedezése arra utal, hogy Rámánudzsan szellemi képességei, zsenialitása és eredetisége a nyilvánvaló testi bajok ellenére megmaradt.” Abban az évben végig ebben a témakörben alkotott, oldalakat írt tele. Összesen 650 függvényt állított elő ezen a területen.

George Andrews amerikai matematikus, aki mintegy 50 évvel később tanulmányozni kezdte munkásságát, megdöbbent annak gazdagságán és a meglepő eredményeken. „Nehéz elképzelni, még egy olyannak is, aki maga is matematikával foglalkozik, hogyan tud valaki ilyesmiket kitalálni. Öt rendkívül hasonló függvény közül három bizonyítása másfél órámba került, a maradék kettőé pedig három hónapba.”

A Rámánudzsan halála előtti egy év munkájának eredményei azt a jelenséget erősítik, amit a tuberkulózis diagnózisában „kreatív csúcs”-nak írnak le. Ekkor a páciens a korábbi életénél jóval aktívabbá válik, hogy „valamit még le tudjon tenni az asztalra”.

Valamikor tél vége felé, vagy 1920 kora tavaszán Rámánudzsan panaszkodott anyjának, hogy a hely neve, ahol akkor laktak, a *Crynant*-ban a „cry” (kiáltás, sírás) kedvezőtlenül hangzik. Komalatammal, nem említve az igazi indokot Namberumal Chetty-hez ment, a bungalók tulajdonosához, és másik házat kért. Ekkor átköltöztek nem messze egy másik házba, aminek *Gometra* volt a neve (a tehenek barátja - a név Krisnára utal).

Márciusban Komalatammal felkereste G.V. Narayanaswamy Ijer főiskolai tanárt, aki asztrológusként is ismert volt. A Komalatammal által megadott adatokból a következő kijelentést tette: „Egy világszerte tisztelt férfi, aki könnyen meghalhat ismertsége csúcsán, vagy, ha megéri az öregkort, feledésbe merül. Ki ez az ember?” Komalatammal megmondta, és hozzátette, hogy a horoszkópja összeállítása után ő is erre a következtetésre jutott.

Narayanaswamy a nevet meghallva visszakozott, mondván, hogy túl gyorsan mondott ítéletet, és hogy az asszony (akit nem ismert) ne hozza azt a rokonok tudomására. A rossz hír ellensúlyozására a feleség adatait is elkérte. Azonban félórás vizsgálat után sem jutott eszébe jó megoldás. „Talán ha külön élnének egy darabig...” Komalatammal éppen ezt akarta hallani.

Vajon tudta-e Rámánudzsan, hogy hamarosan meg fog halni? A tuberkulózist övező egyik mítosz szerint a beteg ismeri fel utoljára, hogy mi vár rá, amikor a körülötte élők már régen tisztában vannak a helyzettel. A beteg a hullámzó állapotjavulást, amit az egyre lefelé haladó egészségromlás közben átél, a halálos ágyán is teljes gyógyulásnak hiszi. Rámánudzsan nem esett bele ebbe az illúzióba. Utolsó hónapjaiban többször mondta orvosának, hogy már nem akar tovább élni. Jóval korábban ismert volt előtte a horoszkópja (amiben hitt is), ami szerint 35 éves kora előtt eléri a halál. Amikor Madrász elővárosában, Chetputban laktak, viccelődött a névvel, amihez hasonló volt a tamil *chat-pat* kifejezés, aminek jelentése: „hamarosan megtörténik”.

Utolsó hónapjaiban lelkileg is közelebb került Dzsanakihoz. „Mindig kedves volt hozzám, viccelődött, humorizált.” - mondta később Dzsanaki. Elmesélte neki angliai kalandjait, hogy milyen állatokat látott a British Múzeumban, a Cambridge-ben töltött időszakot, és amikor egyszer egy angolt csípős borssal vendégelt meg. Ugyanakkor dühkitörései is voltak, borongós és veszekedős időszakok. Az utolsó időszakban csont és bőr volt, és állandó fájdalmakról panaszkodott a gyomrában és a lábaiban. Dzsanaki forróvizes törölközőt tett a fájós részekre, ami akkoriban bevett terápia volt. Azonban még ekkor is dolgozott. Dzsanakitól papírokat és írótáblát kért, és oldalakat írt tele matematikai képletekkel. Akkor már senkivel nem beszélt. A halála előtt négy napig csak az írással volt elfoglalva.

1920. április 26-án hajnalban eszméletét vesztette. Két órán keresztül Dzsanaki mellette ült, és hígított tejjel itatta. Reggelre meghalt. A feleségén kívül vele voltak a szülei, két fivére és a barátai. Harminckét éves volt.

Az aznap délután megtartott temetésen az ortodox brahmin rokonok nem voltak jelen, mivel a hazatérése után az állapota miatt nem tudott elutazni Rameswaramba, hogy elvégezze a megtisztító ceremóniát, így számukra tisztátalan maradt. Rámacsandra Rao szervezte a temetési szertartást a veje és Rámánudzsan gyerekkori barátja, Rajagopalachari segítségével. Délután 1 óra körül a test alatt meggyújtották a lángokat és elhamvasztották Chetput közelében.

Indiában az özvegyekre kirekesztés és szomorú sors várt. Dzsanaki anyja és bátyja, férje halála előtt két nappal érkeztek meg. Látták, hogy a férje családjától Dzsanaki semmi jóra nem számíthat, ezért anyjával együtt visszatértek Rajendramba. A következő hat évben fivére házában élt, aki adóhivatalnok lett Mumbai-ben. Amikor tudomására jutott, hogy az egyetem havi 20 rúpiát folyósítana neki, ha átadja férje hátrahagyott jegyzeteit és lemond azok jogairól, visszatért Madrászba és rövid ideig nővérénél élt Triplicane-ban. Nem sokkal később saját otthont talált magának a Hanumantharayam utcában, ami két házzal arrébb volt, ahol férje Angliába való utazása előtt laktak. Dzsanaki a következő majdnem ötven évben itt élt. Megtanult hímezni és varrógépen varrni. Ruhák varrásából és a varrás oktatásából tartotta fenn magát.

Hatása az utókorra

Subrahmanyan Chandrasekhar indiai származású asztrofizikus 1910-ben született Észak-Indiában, Lahore-ban. Nyolcéves korában Madrászba költöztek, ahol a Presidency College-ba járt, majd az angliai Cambdrige-be került, a Trinity College-ba, ahol találkozott Hardyval. A fekete lyuk elméleti igazolásával foglalkozott, amiért 1983-ban fizikai Nobel-díjat kapott. 1920-ban kilencéves volt, de jól emlékszik rá, amikor anyja felolvasta neki az újságból Rámánudzsan halálhírét.

Majdnem hetven évvel később egy amerikai hallgatóságnak a következőket mondta: „Abban az időben nem tudtam Rámánudzsan miféle matematikus volt, vagy milyen tudományos eredményt ért el. Csak azt tudtam, hogy hasonló körülmények között élt, mint én, tudományos értelemben elszigetelt környezetben. Indiában sok nehézséggel találta szembe magát, és szinte csodaszámba ment, hogy az angliai Cambridge-be hívták. Itt elsőrangú matematikusokkal dolgozott együtt, majd visszatért Indiába, mint a század legeredetibb matematikusa. Mindezek a tények rendkívül ösztönzőek voltak az indiai diákok számára, hogy hozzá hasonló életpályát fussanak be."

1921-ben Hardy felvásárolta az Angliában még fellelhető Rámánudzsan-papírokat és még abban az évben saját kiegészítéseivel publikálni kezdte őket. Hasonlóképpen tett Mordell, amikor 1922-ben kiadta a *Note on Certain Modular Relations Considered by Messrs. Ramanujan, Darling and Rogers* című tanulmányát. 1923-ban B.M. Wilson kiadta *Proofs of Some Formulae Enunciated by Ramanujan* című írását a „Proceedings of the London Mathematical Society"-ben. Hosszan tartó levelezés után 1927-ben a Cambridge University Press kiadta Rámánudzsan összegyűjtött írásait. A kötet 355 oldalt tett ki és szinte mindent tartalmazott a korai indiai írásoktól kezdve. Ezzel a megjelenéssel szerzett tudomást a szélesebb matematikai világ Rámánudzsan munkásságáról, egyúttal elindította a további publikációk áradatát.

Tanulmányok tucatjai következtek az ez utáni években olyan címmel, mint *Megjegyzések Rámánudzsan egyik problémájához*. 1928-ban Hardy átadta G.N. Watsonnak Rámánudzsan jegyzetfüzeteit más kéziratokkal együtt, és közösen dolgoztak ezek megjelentetésén a második világháború kitöréséig. Addig mintegy két tucat írást publikáltak.

1931-ben Magyarországon egy tizennyolc éves csodagyerek, Erdős Pál tanulmányt írt a prímszámokról. Tanára javasolta neki, hogy olvassa el Rámánudzsan hasonló bizonyítását, ami a *Collected Papers*-ben jelent meg, amit ő nagy érdeklődéssel meg is tett. A következő évben találkozott egy Hardy-Rámánudzsan bizonyítással, ami a prímszámokkal foglalkozott. 1939-ben Erdős és Mark Kac továbbfejlesztette az elméletet. A matematikusok csak akkor ismerték fel, hogy Hardy és Rámánudzsan egyik 1917-es írása alapozta meg az azóta valószínűségi számelmélet néven ismert területet.

1934-ben Norvégiában egy iskolásfiú, Atle Selberg (aki később a világ egyik legismertebb számelméleti matematikusa lett) találkozott egy cikkel egy norvég matematikai újságban, ami Rámánudzsanról szólt és „igen figyelemreméltó matematikai zseni”-nek nevezte. Mint később elmondta: „A cikk nagy és hosszan tartó hatással volt rám, elbűvölt.” Selberg fivére hazavitte Rámánudzsan írásait, a *Collected Papers*-t. Selberg úgy érezte: „Egy teljen új világ jelent meg előttem, ami minden más matematikai könyvtől különbözött és sokkal csábítóbb volt a képzeletem számára. Az évek során megtartotta izgalmasságát és misztikusságát. Ez indított el a matematika útján.”

1942-ben Freeman Dyson megnyert egy iskolai matematikai versenyt, aminek díjaként megkapta Hardy és E.M. Wright számelmélettel foglalkozó könyvét. A könyvben a 19. fejezetet szerettem a legjobban, ami a partíciókkal foglalkozott - idézte fel sok évvel később. Különösen a partíciófüggvények egybevágósági tulajdonságai tetszettek, amiket Rámánudzsan fedezett fel. Dyson ezeken a tulajdonságokon kezdett gondolkozni, és előállt a rang fogalmával. Rámánudzsan munkáival kapcsolatban az a csodálatos, hogy olyan sok mindent fedezett fel, hogy rengeteg felfedezni való maradt mások számára is. Még 44 évvel az után az első boldog nap után is új dolgokat találok ezen a területen.

Bár a *Collected Papers* írásai új területek alapjait vetették meg, a könyv nem volt népszerű, még akadémiai mértékkel sem. Az első évben mindössze 42 példányt adtak el belőle, a következő évben 209-et. A Cambridge University Press egyik alkalmazottja azt írta Hardynak 1929-ben: „Talán 10 év is kell hozzá, mire eladjuk a kinyomtatott 750 példányt.” A második világháború után Freeman Dyson így írt: „Amikor az Egyesült Államokba mentem, én voltam az egyetlen rajongója ennek a könyvnek.”

1946-ban Nehru így írt: „Rámánudzsan rövid élete és halála az indiai feltételek szimbóluma. Arra mutat rá, hogy milliók közül kevesen kapnak valamilyen oktatást, sokan éheznek. Ha az élet megnyitná a kapuit számukra, megfelelő ételt és oktatást kapnának, és lehetőséget a növekedésre, a milliókból hány elsőrangú tudós, oktató, technikus, gyári munkás, író, művész válna, akik egy új Indiát hoznának létre?”

J. B. S. Haldane, angol biológus, aki élete vége felé Indiában élt, így panaszkodott az 1960-as évek elején: „Indiában manapság Rámánudzsan még egy vidéki egyetemen sem kapna ösztöndíjat, mert nincs középiskolai végzettsége. Ez szégyenletes Indiára nézve. Tudom, hogy egyetemi professzori állást ajánlottak neki Indiában, *miután* Angliában megkapta a legmagasabb tudományos kitüntetést. Botrányos, hogy India nagy fiainak előbb külföldre kell menniük, hogy elismerést szerezzenek. Ha Rámánudzsan munkáit időben felismerték volna Indiában, talán sohasem ment volna külföldre, és még ma is élne."

1987-ben, születésének 100. évfordulójának közeledtével Rámánudzsant Dzsaváharlál Nehruhoz és C. V. Raman Nobel-díjas fizikushoz hasonlították, akiknek szintén akkortájban volt a 100. évfordulójuk. Rámánudzsan életéről addigra három indiai film készült. A Ramanujan Mathematical Society társaság, ami 1986-ban alakult meg, kiadta a jegyzetfüzetei első részét. A centenárium közeledtével Dzsanaki háza Madrászban matematikus „zarándokok" célpontja lett, akik tisztelgő látogatást tettek nála.

Dzsanaki megjelent egy brit dokumentumfilmben *(Letters from an Indian Clerk)*, ami Rámánudzsan életéről szólt. A filmet később az Egyesült Államokban is bemutatták. A centenárium évében egy alapítvány Dzsanakinak 20 000 rúpiát adományozott és havonta ezer rúpiát kezdett folyósítani. Dzsanaki kívánsága az volt, hogy hozzanak létre egy *Srinivasa Ramanujan Trust* nevű alapot, ami a pénzt matematikus diákok taníttatására fordítaná ösztöndíjak formájában. A következő évben a Trinity College tanácsa saját felajánlást tett és 1988 februárjában 2000 angol font éves összeget kezdett utalni.

Érdekességek

Rámánudzsan 1916-ban sikeresen egyetemi diplomát szerzett, 1917-ben beválasztották a Londoni Matematikai Társaság tagjai közé. Ő volt a második indiai származású, és egyben a legfiatalabb, aki a társaság tagja lett. 1918-ban a Royal Society tagjává választották. Ez a legmagasabb tudományos kitüntetés Angliában.

Rámánudzsant szerény, hallgatag és szégyenlős embernek írták le, kifinomult modorral. Ugyanakkor nagyon érzékeny is volt. Spártai életmódot folytatott, gyakran főzött a szobájában saját maga számára vegetáriánus ételeket. A hinduizmus híveként nagyon vallásos volt, elmondása szerint Namagiri Thayar istennő segítette álmában a matematikai tételek felfedezésében, akiről úgy tartották, hogy a családjuk védőszentje volt. Apja és anyja hozzá imádkoztak, mert házasságuk után évekig nem született gyermekük. Anyai nagyanyja többször transzba esett, ekkor Namagiri istennő beszélt hozzá. Egyik alkalommal - évekkel Rámánudzsan születése előtt - az istennő azt nyilatkozta a nagymamának, hogy egy nap meg fog szólalni a lánya fián keresztül. Rámánudzsan ismerte a történetet és hitt is benne.

Mikor egyszer Hardy és Rámánudzsan Londonban taxin utazott, Hardy a taxi távozása után vette észre, hogy aktatáskáját a kocsiban felejtette. Kéziratok lévén a táskában, ez kétségbe ejtette, de Rámánudzsan megnyugtatta, hogy a taxi száma 1729. Hardy igen örült ennek, de nem hagyta nyugodni a kérdés, hogyan lehetett megjegyezni egy ilyen érdektelen számot. Nem érdektelen ez a szám, felelte Rámánudzsan: „Ez a legkisebb olyan egész szám, amely kétféleképpen bontható fel két köbszám összegére:

$$1729 = 1^3 + 12^3$$

$$1729 = 9^3 + 10^3$$

Rámánudzsan két jegyzetfüzetet hagyott hátra. Egy 351 oldalas, 16 fejezetre osztott jegyzetfüzetet és egy 256 oldalas füzetet, amely 21 fejezetből állt. Ezen kívül még egy kb. 100 oldalas és egy 33 oldalas befejezetlen írása maradt ránk.

1929-ben G. N. Watson, a matematikai alapkutatások professzora a Birminghami Egyetemen, és B. M. Wilson, aki ismerte Rámánudzsant Cambridge-ből és akkor a Liverpooli Egyetemen oktatott, elhatározták, hogy feldolgozzák a jegyzetfüzetek anyagát. Két évvel később Watson elismerte, hogy „nehéz feladatra vállalkoztak". Egyetlen pár moduláris egyenlet bizonyítása például egy hónapjába került. Ugyanakkor megjegyezte, hogy érdemes a feladattal foglalkozni, mert „hálás". Úgy becsülte, hogy a munka még 5 évig fog tartani. Valójában legalább tíz évig foglalkozott a feldolgozással, az 1930-as évek végéig, amikorra energiái kimerültek. Watson mintegy két tucat írást jelentetett meg a tételekről és rengeteg jegyzetet hagyott hátra. 1977-ben az amerikai matematikus, Bruce Berndt ott folytatta, ahol Watson és Wilson abbahagyták. Tizenhárom évnyi munka során háromkötetnyi írást publikált, amelyek kizárólag a jegyzetfüzetek tartalmával foglalkoztak.

Egy Erdős Pál által ránk hagyományozott történet szerint Hardy egyszer pontozással értékelte a korszak kiemelkedő matematikusait, tehetségük alapján. Saját magának 25, Littlewoodnak 30 pontot, Hilbertnek 80 pontot adott, de a teljes 100 pontot egyedül Rámánudzsan érdemelte ki.

2015-ben Matt Brown rendezésében készült egy film az életéről „Az ember, aki ismerte a végtelent" (The Man Who Knew Infinity) címmel. Minden érdeklődő olvasónak ajánlom, hogy nézze meg!

A Rámánudzsan-függvény kapcsolata a húrelmélettel

Létezik egy függvény, amely a moduláris függvények elméletének visszatérő szereplője, ez a Rámánudzsan-függvény. Érdekessége, hogy tartalmaz egy 24. hatványra emelt tagot. Ez a szám egyike azoknak a mágikus számoknak, amelyek ismeretlen okból folyton a legváratlanabb helyeken jelennek meg. Rámánudzsan függvénye a húrelméletben is felbukkan. Itt a 24-es szám jelenti a húrelmélet leegyszerűsödésének eredetét. Miközben a húrok mozognak, egyesülnek és szétválnak a téridőben, nagyszámú nemtriviális feltételnek kell teljesülnie. Ezeket a feltételeket azok az egyenletek adják meg, amelyeket Rámánudzsan felfedezett. (Mivel fizikusok további két dimenziót is hozzáadnak, amikor egy relativisztikus elmélet összes lehetséges rezgését figyelembe akarják venni, ezért a konklúzió az, hogy a téridőnek 24+2, azaz 26 dimenziósnak kell lennie.)

Az ál-moduláris formák és a fekete lyukak

Ken Ono matematikus észrevette, hogy az egyik függvény hasznos lehet a fizikusok számára, akik a fekete lyukak viselkedését tanulmányozzák. A függvény ál-moduláris formákra vonatkozik, amik kissé eltérően, de mégis hasonlóan viselkednek az addig ismert téta-függvényektől.

Rámánudzsan több más képletet is leírt a halálos ágyán 1920-ban, amiket egy levélben küldött el mentorának, G. H. Hardy angol matematikusnak. Abban az időben a „fekete lyuk" még ismeretlen fogalom volt. A levélben leírtakat akkoriban senki sem tudta értelmezni.

2002-ben Sander Zwegers munkája nyomán világossá vált, hogy miről írt Rámánudzsan. Az általa készített leírás alapján Ken Ono és két végzős diákja modern matematikai eszközöket felhasználva igazolták a képletek helyességét, vagyis, hogy az ál-moduláris formákat ki lehet úgy számolni, ahogyan Rámánudzsan leírta.

A moduláris formák expanziójának meghatározása fontos szerepet játszik a moduláris fekete lyuk entrópiájának kiszámításában. Néhány fekete lyuk nem moduláris, azonban Rámánudzsan képletei rájuk is alkalmazhatók.

Ken Ono 2012 őszén Indiába utazott, hogy szereplője legyen egy dokumentumfilmnek, ami Srínivásza Rámánudzsan életéről szól. A film 2013-ban jelent meg, rendezője Nandan Kudhyadi.

Néhány matematikai eredménye

Rámánudzsan matematikai felfedezései szokatlanok voltak, tételeit általában nem bizonyította, csak egyszerűen leírta őket. Számára a szép matematikai formula önálló esztétikai értéket jelentett. Fő támogatója, Hardy így írt Rámánudzsanról annak halála után: „Lehet, hogy a formulák nagy napjai véget értek, és Rámánudzsannak száz évvel korábban kellett volna születnie, de ő volt korának legnagyobb formulaalkotója."

A π megközelítésére felállított több végtelen sort. Ebből néhányat nézzünk meg:

1. A képlet nagyon gyorsan konvergál, már két tagra 17 pontos számjegyet ad a π-re.

$$\frac{2\sqrt{2}}{9801}\cdot\sum_{k=0}^{\infty}\frac{(4k)!\cdot(1103+26390k)}{(k!)^4\cdot 396^{4k}}=\frac{1}{\pi}$$

2. Ez a meglepő formula egyike azoknak, amit a Hardyhoz írt első leveléhez csatolt.

$$1-5\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^3+9\cdot\left(\frac{1\cdot 3}{2\cdot 4}\right)^3-13\cdot\left(\frac{1\cdot 3\cdot 5}{2\cdot 4\cdot 6}\right)^3+\cdots=\frac{2}{\pi}$$

A végtelen összeg általános tagja:

$$a_n=(-1)^n\cdot(4n+1)\cdot\left(\frac{1\cdot 3\cdot 5\cdot\cdots\cdot(2n-1)}{2\cdot 4\cdot 6\cdot\cdots\cdot 2n}\right)^3$$

3.

$$\sum_{k=0}^{\infty}\binom{2k}{k}\cdot\frac{1}{2^{2k}\cdot(2k+1)^2}=\frac{\pi}{2}\cdot\log 2$$

4. Ez talán Rámánudzsan legszebb formulája, a matematikai művészet igazi alkotása. Váratlanul összekapcsol egy végtelen összeget és egy végtelen lánctörtet. Megdöbbentő, hogy sem a végtelen összeg, sem a végtelen lánctört nem fejezhető ki az ismert π és e konstansokkal, és az összegük megfoghatatlan módon mégis a $\sqrt{\frac{\pi\cdot e}{2}}$ konstanssal egyenlő!

$$1+\frac{1}{1\cdot 3}+\frac{1}{1\cdot 3\cdot 5}+\frac{1}{1\cdot 3\cdot 5\cdot 7}+\cdots+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{2}{1+\cfrac{3}{1+\cfrac{4}{1+\cdots}}}}}=\sqrt{\frac{\pi\cdot e}{2}}$$

6.2. Alan Mathison Turing (1912.06.23.-1954.06.07.)

Alan Mathison Turing angol matematikus, a modern számítógép-tudomány egyik atyja. Nagy hatással volt az algoritmus és a számítógépes adatfeldolgozás hivatalos koncepciójának kidolgozására. Megalkotta az általa megfogalmazott Turing-gép fogalmát. Szabályba foglalta a ma már széles körben elfogadott Church–Turing-tézist, ami szerint minden számítási modell és gyakorlati számítási modell azonos a Turing-géppel vagy annak részegységével. Turing először az 1936-ban megjelent *On Computable Numbers, with an Application to the Entscheidungsproblem* című cikkében publikálta az elméletét. A második világháború alatt sikeres erőfeszítéseket tett a német rejtjelkódok feltörésére. A háború után az egyik legkorábbi digitális számítógép létrehozásán fáradozott, és közreadott több provokatív írást, például a *Computing Machinery and Intelligence* címűt, amelynek az első sora újszerűen gondolatébresztő volt *„Azt javaslom megfontolásra, hogy tudnak-e a gépek gondolkodni?”* (Turing-teszt).

1912. június 23-án Paddingtonban (London) született, felső-középosztálybeli család második fiaként. Apja Julius Mathison Turing, köztisztviselő, édesanyja Ethel (szül. Stoney). Mivel atyja aktívan szolgált az Indiai Köztisztviselői Karban, és ingázott India és Anglia között, ezért 1926-ig a gyerekek különböző rokonoknál laktak – nem akarván őket kitenni a brit kolóniákon leselkedő veszélyeknek. A kis Alan már korán a zsenialitás jeleit mutatta, jelezve az előtte álló kimagasló karriert. Elmondása szerint 3 hét alatt egymaga megtanult olvasni, és korán érdeklődést mutatott a számok és a fejtörők iránt.

Szülei a St. Michael's-be íratták be, hatéves korában. Az iskola igazgatónője korán felfedezte zsenialitását, akárcsak későbbi tanárai a Marlborough College-ban (Ez egy zártkörű, tandíjköteles középiskola). Itt voltak első problémái is dekadens viselkedése miatt. 13 évesen a Sherborne-internátusban tanult tovább, ekkor már a helyi újságba is bekerült a tehetséges fiú. Ekkoriban ugyanis általános sztrájk volt Angliában, és 60 mérföldet kerékpározott az iskoláig, éjszakára egy fogadóban megszállva.

Turing tudományok iránti érdeklődését nem méltányolták Sherborne tanárai és igazgatói, akik nagyobb hangsúlyt helyeztek a klasszikus humán képzésre, mint a tudományosra. De ezek ellenére Turing folytatta figyelemre méltóan eredményes tanulmányait.

1928-ban, 16 éves korában találkozott Albert Einstein munkásságával, és nemcsak hogy megértette, hanem egy olyan szövegből, amely nem szögezi le ezt egyértelműen, a newtoni mozgástörvények Einstein általi kétségbe vonását is levezette.

Mivel nem szerette kitartóan gyötörni magát a klasszikus humán tantárgyakkal, Turing megbukott az érettségin több alkalommal is. Ennek ellenére a felvételi bizottság meglátta benne a zsenialitás szikráját, így a Cambridge-i Egyetem-en a King's College-re felvételt nyert. G. H. Hardy, az elismert matematikus is tanára volt. Turing itt tanult 1931 és 1934 között, majd újfent a King's College tagjaként kapott ösztöndíjat. Főként a logika és a valószínűségszámítás érdekelte. Az angol tudós mindezt a „Kiszámítható számokról" szóló, 1936 decemberében megjelent dolgozatában vetette papírra téziseit. Szerzője a logikus és a fizikai folyamatok, a gondolkodás és cselekvés szintézisére törekedett. E célt szolgálta az úgynevezett Turing-gép teóriája.

1938-ban tudományos fokozatot (PhD) szerez a Princetoni Egyetemen (Egyesült Államok), ahol Alonzo Church a tanára. Az első elméleti munkák (Turing-gép, számelmélet, logika, algebra) már készen vannak. Diplomamunkáját az aktív (számító)gépes adatfeldolgozásból írta *Systems of Logic Based on Ordinals* címmel. Turing ebben a munkájában olyan matematikai problémákról is ír, amik nem kiszámíthatóak, akármennyi idő és memória is áll rendelkezésre.

1938 nyarán hazatért a Cambridge-i Egyetemre, a King's College-be, és előadásokat hallgatott Ludwig Wittgensteintől a matematika alapjairól. A vitára mindig kész, de eltérő vehemenciájú két tudós összekülönbözött. Turing védte matematikai elképzeléseit, míg Wittgenstein arról érvelt, hogy a matematika túlértékelt és nem fedezhet fel abszolút igazságokat.

1939 őszén, a második világháború kitörésekor a *Government Code and Cypher School*-ba kerül, a Bletchley Parkba. A második világháború alatt nagyon fontos résztvevője volt annak a Bletchley Park-i kódtörő csoportnak, amely a nácik hírhedt Enigmáját törte fel. Elősegítette matematikai megérzéseivel mind az Enigma kódjainak feltörését, mind a Hal nevű távíró rejtjeleinek megfejtését (Ez utóbbi Lorenz és Siemens találmánya volt). A távíró éles elméjű megoldásai hasznára voltak a Colossus nevű digitális számítógép megalkotásakor. Max Newman és Thomas Flowers is különböző gépeket hoztak létre a kód feltörésére 1943-ban. Turing szintén részt vett a lengyel „Bomba” továbbfejlesztett változatának kidolgozásában, aminek segítségével az Enigma üzeneteinek kulcsát keresték meg. A kulcs segítségével aztán az aznapi Enigma üzeneteket meg tudták fejteni.

Ezek az elektromechanikai eszközök, az úgynevezett „Enigma-gépek” képesek voltak nagy sebességgel ellenőrizni az Enigma-rotorok különféle beállításait, így kizárva a lehetséges beállítások nagy részét. A maradékot kellett csak manuálisan ellenőrizni, így általában 3-6 órával az éjféli kódváltás után el tudták olvasni a német Enigma-üzeneteket. Az Enigma kódjainak megfejtése döntő jelentőségű volt a németek legyőzésében. Turing ez irányú munkássága az 1970-es évekig titokban maradt, csak legközelebbi barátai tudtak erről.

Becslések szerint Turing munkája Európában mintegy 2 évvel rövidítette le a második világháborút.

1945 és 1948 között Londonban, a National Physical Laboratoryban, az ACE (Automatic Computing Engine) programon dolgozott. Közben elméleti munkákat publikált programozásról, neurális hálókról, mesterséges intelligenciáról. A mesterséges intelligencia egyik első elméleti megalapozója volt. 1947-ben jelent meg *Lecture on the Automatic Computing Engine* című munkája, amiben elsőként írt „számítógépes intelligenciáról”.

Közben atletizált is, főként futott. Az 1948-as londoni olimpián való részvételét sérülés hiúsította meg.

1948-ban Newman meghívására helyettes igazgatója lett a *Computing Machine Laboratory*-nak Manchesterben (igazgató nem volt kinevezve). Turing rövid karrierjének további szakaszát a Manchester University-n töltötte. Kollégáival közösen itt dolgozták ki a legkorábbi digitális, tárolt programú számítógépek egyikét, a Manchester Mark 1-et. Ez idő alatt folytatta elméleti munkáját, és 1950-ben jelentette meg később híressé vált írását, *Computing Machinery and Intelligence* („Számítógépek és intelligencia") címmel. Ebben elsőként írja le a Turing-tesztet, amivel el lehet dönteni, hogy egy gép gondolkozik-e.

1952-ben Turing egy sakk-programot írt. Mivel a számítógépet nem érezte elég gyorsnak a futtatásához, ő maga szimulált egy komputert, ami körülbelül fél órát gondolkodott egy lépésen. A játszma a Bécsi játék Falkbeer variációjában kezdődött, Turing gépe a 29. lépésben veszített.

1951-től 1954-ben bekövetkezett haláláig a biomatematika foglalkoztatta, különös tekintettel a morfogenezisre. „A morfogenezis kémiai alapjai" („The Chemical Basis of Morphogenesis") címmel 1952-ben cikket jelentetett meg, melyben lefektette a természetes minták képződésére vonatkozó elméletét. A témán belül leginkább a Fibonacci-számok növényi struktúrákban való előfordulása izgatta. A biológiai növekedésre vonatkozó számításait 1951-től a *Computing Machine Laboratory* Ferranti Mark I számítógépén végezte, ami a kereskedelemben kapható első, tárolt programú számítógép volt.

Angliában Turing életében a homoszexualitást betegségnek tekintették, gyakorlása törvénybe ütköző, büntetendő cselekedet volt. 1952-ben Turing újdonsült partnere, Arnold Murray titokban, pénzért betörőket segített a matematikus házába. Turing ezért feljelentést tett a rendőrségen. A nyomozás során Turing beismerte, szexuális kapcsolatban állt a fiatalemberrel. Turingot vád alá helyezték, elítélték, végül pedig választhatott a börtön és a libidócsökkentést célzó hormonkezelés között. Az egy éven át tartó hormonkezelés mellett döntött. Az ügy eredményeképpen a Government Communications Headquarters-nél (GCHQ) betöltött kódtörői állását elvesztette.

1954. június 8-án a takarítója talált rá holtan. Ciánmérgezésben halt meg, valószínűleg attól a félig elfogyasztott almától, melyet az ágya mellett találtak. Magát az almát soha nem vizsgálták, a ciánmérgezést a holttest alapján állapították meg. A többség úgy véli, a tudós halála nem lehetett véletlen, édesanyja szerint viszont baleset történt, ami Turing hanyagul tárolt vegyszerei miatt következhetett be. Talán anyja megnyugtatására választotta ezt a módszert, talán kedvenc meséje, a Hófehérke ihlette, nem tudni. Azt is lehetségesnek tartották, hogy gyilkosság áldozata lett, nehogy féltett államtitkok szivárogjanak ki rajta keresztül. 1954. június 12-én helyezték örök nyugalomra.

2009. szeptember 11-én – jelentős társadalmi nyomás hatására – Gordon Brown brit miniszterelnök bocsánatot kért a mindenkori kormány nevében azért a visszataszító bánásmódért, amelyben a tudóst részesítették annak idején a hatóságok, és ezzel halálba kergették.

– Túlzás nélkül kijelenthetjük, hogy Turing kiemelkedő tevékenysége nélkül a második világháború története nagyon másként alakult volna. A hála, amivel neki tartozunk, még borzasztóbbá teszi azt az embertelenséget, amiben része volt – jelentette ki a brit kormányfő.

2013. december 23-án utólagos királyi kegyelemben részesült.

A híres matematikus életéről és munkásságáról több film is készült: az 1996-ban bemutatott *A kód feltörése (Breaking the Code)*, amelyben Derek Jacobi alakította Turingot. Michael Apted *Enigma* című filmje 2001-ből, valamint a 2014-ben bemutatott *Kódjátszma* (*The Imitation Game*) című film, melynek főszereplője Benedict Cumberbatch. (Az utóbbi film megnézését javaslom!)

2019 júliusában a Bank of England bejelentette, hogy Turing arcképe szerepel a tervezett új 50 fontos bankjegyen.

7. Nők a matematika világában

Vajon miért nem tudunk hölgyeket felsorakoztatni a matematika múltjából? A matematika talán olyan nehezen elsajátítható diszciplína lenne, amire egy nő képtelen? Örömmel mondhatjuk, hogy ez nem így van. Bizony van női nevekből álló lista is.

Szándékosan áll azonban a címben, Nők a matematikában és nem Matematikus nők. Utalva arra, hogy már a XVIII.-XIX. század előtti korokban is találunk olyanokat, akiket, bár nem nevezhetünk kifejezetten matematikusnak, mégis hozzájárultak e tudomány fejlődéséhez.

Ne feledkezzünk el itt azokról, akik tanárként, íróként, csillagászként vagy a fizika, statisztika stb. tudományának területein (ha úgy tetszik az alkalmazott matematika területein) kamatoztatták matematikai képességüket. Közülük és a már kifejezetten matematikusként dolgozó, kutató hölgyek, asszonyok közül választottam párat, hogy bemutassam matematikai munkásságukat, a matematika iránt érzett szeretetüket, elhivatottságukat, eredményeiket, melyekhez gyakran küzdelmes útjuk vezetett.

7.1. Alexandriai Hüpatia (370–415)

Egyiptomi-görög matematikus és csillagász.

Elsőként bátran visszamehetünk az ókori görögökhöz. Az i.e. VI. századtól az i.sz. V. századig eltelt mintegy ezer év során a görög nép a mindennapok technikáját természettudománnyá, a gyakorlati élethez tartozó számolást pedig matematikává emelte.

Számos matematikusról maradtak ránk legendák és néhány esetben bizonyosságok, melyek alapján ma ismerhetjük az ókori nagy tudósok munkáit. Az ókor végén a matematikusok sorát egy hölgy, Hüpatia zárta.

Hüpatia 370 körül született, Alexandriában. Apja, Theon, híres matematika professzor volt az Alexandriai Egyetemen, ami akkoriban a világ legnagyobb tudományos központja volt. Úgy tartják, Hüpatia tehetségesebb volt apjánál, tudásával hamarosan túlszárnyalta őt. Theon nemcsak lánya szellemi, hanem fizikai nevelésére is nagy gondot fordított. Hüpatia napjai egy részét úszással, evezéssel, lovaglással vagy éppen hegymászással töltötte. Azt mondják, bámulatos szépségű, elragadóan kedves nő volt, emellett kiváló szónok és karizmatikus előadó.

Tanulmányainak további részeként külföldi utazásokat tett, Athénban tanult, ahol elnyerte a babérkoszorút, amit csak Athén legjobb növendékei kaphattak. Athénban alapozta meg matematikusi hírnevét is, s hazatérése után az alexandriai egyetem elöljárói meghívták, hogy tanítson matematikát és filozófiát az egyetemen.

Népszerű tanár volt. Előadásaira Európából, Ázsiából és Afrikából is érkeztek a lelkes tanulni vágyók. Óráit áthatotta a matematika iránti rajongása, már nem csak a számításokra használta, saját szépségéért szerette a matematikát és a logikus érvekkel létrehozott bizonyításokat. Tanította Diophantosz Arithmetika és Apollóniosz Kónika (Kúpszeletek) című munkáit. Mindkét műhöz jelentős kommentárokat írt. A diophantoszi algebra első és másodfokú egyenletekkel foglalkozott, melyekre Hüpatia néhány új megoldási módszert adott és foglalkozott számos új problémával is. Az Arithmetikához írt kommentárban bizonyosan Hüpatiától származik például a következő feladat:

Keressük a következő két egyenletből álló rendszer x, y megoldásait, ahol a és b adott:

$$\begin{cases} x - y = a \\ x^2 - y^2 = (x - y) + b \end{cases}$$

Hüpatia önálló matematikai tanulmányokat is írt, ezeknek azonban - miután az alexandriai könyvtárat felgyújtották - csak töredékei maradtak fenn. A XV. században a Vatikán könyvtárában találták meg „A csillagászat diophantoszi elvei” című munkáját.

Hüpatia abban a korban élt Alexandriában, amikor a keresztények és nem keresztények, mint pl. a görög újplatonisták, zsidók és egyéb vallásúak között állandó zavargások, harcok törtek ki. A világi hatalom Alexandria prefektusa, Egyiptom kormányzója, Orestes kezében volt. A keresztények érseke Cirill, hatalomvágyó, népszerűtlen ember és hatékony inkvizítor volt. Kettejük között állandó ellentét feszült, s mivel Hüpatia Orestes bizalmasa és barátja volt, ő is a támadások célpontjává vált. Cirill követői azt híresztelték róla, hogy boszorkány, fekete mágiát űz, a város lakóira pedig átkokat szór.

415 márciusában a fanatizált tömeg megtámadta a Muszeionból hazatérő matematikusnőt, a Cesariumnak nevezett templomba vitték, és ott brutálisan megölték. Elsőnek ruháit letépték, testét kövekkel és kagylókkal összekaszabolták, testrészeit szétszórták Alexandria szerte. Más források szerint vadállatokkal tépették szét, Szókratész szerint maradványait elégették, a későbbi források is erre a leírásra támaszkodnak.

Hüpatia élete 415-ben, 45 éves korában tragikus módon ért véget, s ez az idő egyben a görög matematika aranykorának végét is jelentette.

Érdekességek

1. Hüpatia arcképe Raffaello *Az athéni iskola* című vatikáni freskóján

2. Nevét őrzi a Hold egyik krátere, amelynek nagysága: 41x28 km, 1400 m mély, a Hold egyenlítőjétől délre: 4,3 fokon és nyugati hosszúság: 22,6 fokon található. A közelében vannak apjáról, Theónról, valamint Kürilloszról és Theophiloszról elnevezett kráterek is.

3. A Holdon a Hüpatia krátertől északra, a Mare Tranquillitatison az egyenlítőtől délre 1 fokkal található a Hüpatia Rimae (rianás), mely 180 km hosszú.

4. Róla neveztek el, egy 1884. július 1-jén Viktor Knorre által felfedezett 238 Hypatia aszteroidát.

5. Nevét viseli több tudóstársaság.

6. Életéről több regényes életrajz, dráma és vers is készült.

- Kingsley: *Hypatia or new foes with old face* (regény)
- Kálmán Mária: *Hypatia* (dráma 2. részben)
- Leconte de Lisle: *Hypatie et Cyrille* (dráma)
- Leconte de Lisle: *Hypatie* (vers)
- Brian Trent: *Remembering Hypatia* (regény)

7. Ábrázolások, elképzelt rajzok, festmények róla:

- Legelterjedtebb arcképe, a Gaspard elképzelése szerinti rajz (1908-ból) egy füzetben jelent meg, ezt az ábrázolást használják a legtöbb helyen.
- Charles William Mitchell festményén Hüpatiát meggyilkolása előtti pillanatban ábrázolta, amint a Cesarium nevű templomban áldozatul esik a csőcseléknek (1885, Laing Art Gallery, Newcastle upon Tyne).

8. 1986 óta jelenik meg az USA-ban "Hypatia: A Journal of Feminist Philosophy" címmel feminista filozófiai folyóirat. A szerkesztőség 2008. július 1. óta a Washingtoni Egyetemen működik.

9. Az Adobe "Hypatia Sans Pro" néven betűcsaládot nevezett el tiszteletére.

10. 2009-ben *Agora* címmel filmet készítettek életéből, rendezője Alejandro Amenábar.

7.2. Maria Gaetana Agnesi (1718.05.16.-1799.01.09.)

Olasz matematikus, filozófus

A Nyugat-római Birodalom bukásától, 476-tól számított sötét középkor időszaka nem kedvezett a tudományoknak. Új lendületet a természettudományok fejlődése csak a XVI. század után vett, Galileo Galilei (1564-1642), René Descartes (1596-1650) majd Isaac Newton (1643-1727), Gottfried Wilhelm Leibnitz (1646-1716) munkái nyomán.

A nők számára azonban nem léteztek iskolák, tanulatlanok voltak, többségük a nevét sem tudta leírni. Mindössze néhány terület jelentett ez alól kivételt, például Itália, ahol a nők ugyanolyan tudományos szabadságot élveztek, mint a férfiak. Elmondhatjuk tehát, hogy Maria Gaetana Agnesi, ez a rendkívüli tehetséggel megáldott, különleges tudós, jó helyre született.

Maria Gaetana Agnesi 1718. május 16-án született Milánóban, egy jómódú, művelt család gyermekeként. Apja matematika professzor volt a bolognai egyetemen. Az újabb kutatások szerint viszont nem volt egyetemi tanár, hanem egy gazdag selyemkereskedő volt.

Pietro Agnesinek három feleségétől 21 gyereke született. Azonban a többségük korán elhalálozott. A testvérek közül Maria volt a legidősebb.

Maria csodagyereknek számított, öt évesen már beszélt franciául, majd hamarosan számos más nyelven is. A tizenharmadik születésnapjáig megtanult görögül, héberül, spanyolul, németül és latinul. Magántanulóként tanult, miközben ő maga kisebb testvéreit tanította. Kilenc éves volt, amikor a nők felsőfokú képzésének érdekében írt latin nyelvű értekezése megjelent nyomtatásban.

Az Agnesi család otthona gyakori helyszíne volt különböző tudományos összejöveteleknek, ahol matematikai és filozófiai kérdéseket vitattak meg.

Apja kísérőjeként másutt rendezett tudományos konferenciáknak is résztvevője volt, így a matematikát olyan mesterek munkái nyomán sajátíthatta el, mint Newton, Leibniz, Fermat, Descartes, Euler, és a Bernoulli testvérek.

Anyja halála után, a sok gyerek mellé lehetetlen volt házvezetőnőt találni, ezért Marianak kellett felvállalnia testvéreinek nevelését és a háztartással járó teendőket.

A ránehezedő feladat ellenére nem hagyott fel matematikai tanulmányaival. A húszas éveiben járt, amikor elkezdett foglalkozni az *„Analitikus tanítások az olasz ifjúság használatára"* címen megjelent munkájával. Az írást előbb saját maga kedvére kezdte el, később testvéreinek szánta tankönyvnek. Közel tíz évig dolgozott rajta, gyakran éjszakákon át, míg helyes megoldásokat nem talált a felvetődött problémákra. A könyv végül 1748-ban jelent meg nyomtatásban, s szenzációt keltett az akadémiai világban.

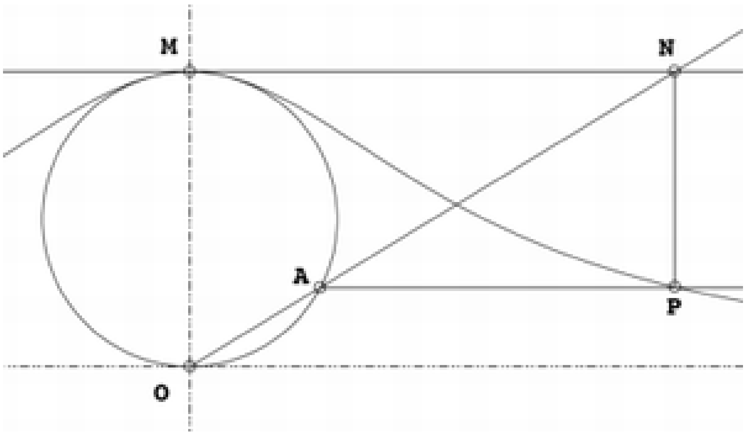
Az első differenciál- és integrálszámításról írt „analízis tankönyvet" Guillaume Francois Antoine de L'Hospital márki írta, 1694-ben *Analyse des infiniment petits* (A végtelen kicsinyek analízise) címmel. L'Hospital könyvének megjelenése utáni több mint ötven évben igazán jelentős tankönyvként csak Maria Gaetana Agnesi művét említhetjük. Ezt több nyelvre is lefordították, nagy népszerűségnek örvendett, és nem sikerült túlszárnyalnia senkinek, egészen Euler tevékenységéig. Tankönyvében Agnesi a véges mennyiségek analízisével foglalkozik, mértani helyek meghatározásával, beleértve a kúpszeleteket is, valamint elemi szélsőérték-feladatokkal, érintő- és görbületszámításokkal. Tárgyalja a „végtelenül kicsiny mennyiségek" és a differenciálszámítás elméletét, valamint az integrálszámítást. Megtalálhatók benne a speciális integrálási szabályok, illetve a függvények hatványsorba fejtése, ezen kívül néhány nagyon alapvető differenciálegyenlet is.

Ebben a könyvben szerepel először az ú.n. *„Agnesi-féle görbe"*. A mai tárgyalási módban:

$$y = \frac{a^3}{x^2 + a^2}, kör\ sugara\ a$$

Ezzel a függvénnyel először Guido Grandi és Pierre de Fermat munkáiban találkozhatunk, ők azonban nem foglalkoztak vele részletesebben.

Legközelebb Agnesi tárgyalja könyvében a görbét. Szerkesztése az ábra jelöléseivel: Jelöljünk ki egy kör kerületén egy ***O*** pontot. Húzzuk meg az ***OA*** szelőt, az ***A*** pont a kör tetszőleges másik pontja. Az ***M*** pont az ***O*** pont átmérőjén lévő átellenes kör-pont. Az ***OA*** szelő ***N*** pontban metszi a körhöz az ***M*** pontban húzott érintőt. Az ***N*** pontban ***OM***-el húzott párhuzamos egyenes és erre az ***A***-ban állított merőleges a ***P*** pontban metszi egymást. Az ***A*** pont helyének változtatásával ilyen módon megszerkesztett ***P*** pontok az Agnesi-féle görbe mértani helyét alkotják. A görbe aszimptotája a körhöz ***O*** pontban húzott érintő, a görbe szimmetrikus az ***OM*** egyenesre.



Agnesi-féle görbe

A könyv által hozott elismerés hatására az olasz akadémikusok Agnesit a Bolognai Tudományos Akadémia tagjává választották. 1750-ben édesapja betegsége miatt, XIV. Benedek pápa kinevezte a bolognai egyetem matematikai és filozófia tanszékére. Ő volt a második nő, aki egyetemi professzori kinevezést kapott. Különböző nézetek vannak arról, hogy Agnesi elfogadta-e a meghívást, tanított-e, és mikor az egyetemen. Valószínűleg 1750 és 1752 között taníthatott, azonban apja 1752-ben bekövetkezett halála után felhagyott matematikai munkásságával.

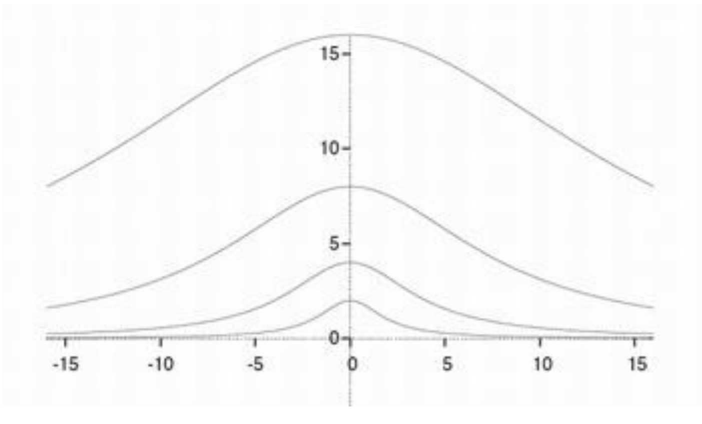
1752-ben teológiai tanulmányokba kezdett. Visszavonulva a matematikától, hátralévő életét a betegek, szegények és időskorúak ápolásának szentelte. 1771-ben a *Pio Alberto Trivulzio* nevű milánói jótékonysági intézmény igazgatójává nevezték ki, ahol beteg és haldokló nőket ápoltak. Itt dolgozott egészen 1799. január 9-én bekövetkezett haláláig.

Apácaként fejezte be életét. 81 évesen tüdőgyulladásban halt meg.

Érdekességek

1. Az *„Agnesi-féle görbe"* : Agnesi könyvének angol nyelvre történő fordításakor a fordító, John Colson, egy furcsa fordítási hibát követett el. Az olasz *„versiera"* szót, mely a latin *„vertere"*, azaz *„fordulni"* igéből származik és *„görbét"* jelent, egy másik értelmében használta, az ugyancsak latin eredetű *„avversiera"* szóból származtatott, *„az ördög felesége"* jelentéssel. Így fordításában *„Witch of Agnesi"*, azaz *„Agnesi boszorkánya"* nevet kapta az *„Agnesi-féle görbe"*.

2. A kör sugara legyen a. Ekkor:



Agnesi-féle görbék $a = 1, a = 2, a = 4, a = 8$ állandóval

3. A könyvét Mária-Teréziának ajánlotta. Az uralkodó állítólag egy drágakő-berakásos üvegszelencével és egy gyémántgyűrűvel ajándékozta meg.

4. Az *„Agnesi-féle görbe"* több helyen is felbukkan a tudományban. Például a Plücker-féle kúpszelet-forgástestek vagy „*Carten-esernyője”* témakörben. Legjelentősebb előfordulása a fénysugárzás fizikai jelenségénél és a Cauchy-Lorenz eloszlás sűrűségfüggvényénél figyelhető meg.

5. A könyve által hozott elismerés ellenére a Francia Akadémia nem választotta tagjai közé Maria Gaetana Agnesit, mivel annak alapszabálya nem tette lehetővé nők felvételét.

6. Agnesi semmilyen iskolai végzettséggel sem rendelkezett, mégis egyetemi professzori kinevezést kapott, és a Bolognai Tudományos Akadémia tagjává választották.

7. Húga, Teresa sikeres zeneszerző volt. Hét operáját és számos hangszeres darabját ismerjük.

7.3. Sophie Germain (1776.04.01.-1831.06.27.)

Francia matematikus

A XVIII. század második fele a franciák számára forrongó politikai időket jelentett. Az 1789-ben kitört francia forradalom azonban nemcsak a politikában, hanem a tudomány és az oktatás területén is jelentős változásokat idézett elő. A felvilágosodás az ész felsőbbrendűségét hirdette a babonával szemben, nem volt többé alantas dolog a tudománnyal foglalkozni. A főúri szalonok társaságait elektrosztatikai kísérletekkel szórakoztatták, a tudósok pedig törvényszerűségeket kerestek a természet jelenségeinek leírására.

A matematika területén már ismertek voltak a differenciál- és integrálszámítás tételei, melynek segítségével a természettudományok fejlődése óriási lendületet vett. Iskolák sora nyílt meg - azonban nem a nők számára. A nőket képtelennek tartották a természettudományok által megkívánt elvont fogalmak megértésére. Elvárták azonban a szalonok dámáitól, hogy mindenféle témáról tudjanak társalogni, akár még a természettudományról is! Ennek megkönnyítésére külön a nők számára készült kiadványok jelentek meg pl. Newton Principiájáról, melyben romantikus cselekményekbe próbálták beleszőni a természet törvényeit. Elképzelhetjük, hogy az ilyen kiadványoknak mennyi köze lehetett a matematikához! No és végképp semmi köze nem volt Isaac Newton (1643-1727) fő művéhez, a Philosophiae naturalis principia mathematica-hoz (A természetfilozófia matematikai alapelvei). Newton eredeti művét bonyolultsága miatt még a kortárs matematikusok közül is kevesen értették.

De ne becsüljük le a nőket, hiszen itt is akadtak kivételek. Közéjük tartozott Emilie de Breteuil (1706-1749), aki nemcsak eredetiben olvasta Newton munkáit, hanem franciára is fordította azokat. (Emilie de Breteuil a matematikával foglalkozó hölgyek között arra is példa, hogy nem matematikus leánya is lehet tehetséges, valamint ő nem maradt hajadon egész életében, férjnél volt, gyermekei születtek.)

Ezek után ismerkedjünk meg Sophie Germainnel.

Sophie Germain Párizsban született 1776. április 1-jén. Édesapja Ambroise-François Germain kereskedő volt, s ezzel családja számára tisztes megélhetést biztosíthatott, de a Germain család nem számított az arisztokrata családok közé. Apja a francia forradalom idején a harmadik rend választott képviselőjeként részt vett az alkotmányozó nemzetgyűlésben.

Félénk, gátlásos kislányként ismerte mindenki. Érezte, hogy családját teljesen lefoglalja a pénz és a politika. Így hát beletemetkezett édesapja könyvtárába, ezzel kezdődött szellemi fejlődése. Vonzalmát elsősorban a matematika és fizika keltette fel. Tanulmányai során eljutott Newton és Euler műveiig.

A rokonok, barátok és Sophie tanárai nem sokat törődtek a fiatal lány érdeklődésével és tehetségével. Úgy gondolták, nem sok értelme volna egy középosztálybeli leány ilyen irányú nevelésével foglalkozni.

Tizenhárom éves volt, amikor először olvasott Archimédeszről J. E. Montucla: *„A matematika története”* című könyvében. Különösen az Archimédesz haláláról szóló legenda ragadta meg, mely szerint Szirakuza megtámadásakor az idős tudós annyira elmerülten tanulmányozta homokba rajzolt ábráit, hogy ügyet sem vetett az őt kérdező római katonára, mire az dárdájával leszúrta. Sophie ebből arra a következtetésre jutott, hogy ha valakit egy geometriai probléma képes annyira lekötni, hogy nem törődik az őt fenyegető katonával, akkor a geometria nyilván a legcsodálatosabb dolog a világon.

Így kezdett bele először a latin és görög nyelv, majd a matematika tanulmányozásába. Az otthonukban megtalálható könyvekből tanult önmagát képezve. Egyedül sajátította el a számelmélet, a differenciál- és integrálszámítás alapjait.

Szülei kezdetben ellenezték az akkoriban nem éppen nőnek való téma iránti érdeklődését, de végül kénytelenek voltak Sophie szándékát komolyan venni. Mivel Sophie Germain soha nem ment férjhez és nem kapott fizetéssel járó professzori állást vagy egyéb juttatást sem, tanulmányait mindvégig apja finanszírozta számára.

1794-ben megnyílt Párizsban az École Polytechnique, a mai Párizsi Műszaki Egyetem elődje. Ezt az intézményt azért alapították, hogy mérnököket, szakembereket képezzen, tanárait a kor kiváló tudósaiból válogatták. Itt tanított Joseph Louis Lagrange (1736-1813), a XVIII. század egyik legkiválóbb matematikusa is.

Az intézményben azonban csak férfiak tanulhattak, így Sophie cselhez folyamodott: egy kimaradt hallgató, Antoine Auguste Le Blanc nevére továbbra is nyomtattatott előadásjegyzeteket és feladatokat, a megoldásokat azonban ezzel az álnévvel Sophie Germain adta be. (Azt nem tudjuk, vajon az igazi Le Blanc-nak tudomása volt-e erről.) Különösen érdekelték Lagrange tanításai, akinek azonban feltűnt, hogy a korábban pocsékul számoló Le Blanc milyen kiváló eredményeket és bámulatos válaszokat ad kérdéseire. Találkozni kívánt a megjavult diákkal, így Sophie kénytelen volt felfedni kilétét.

Ettől kezdve Lagrange a fiatal lány mentora és barátja lett. Sophie Germain végre talált egy tanárt, aki ösztönözte tanulmányaiban, s akivel beszélhetett munkájáról, s az iskolai feladatok helyett a matematika még megoldatlan problémáit kezdte tanulmányozni.

Hosszú évekig dolgozott az akkoriban minden matematikust lázban tartó nagy Fermat-sejtésen. A Fermat által megfogalmazott állításra, mely szerint nincs olyan pozitív x, y, z egész, amelyre teljesülne, hogy $x^n + y^n = z^n$, ahol $n > 2$-nél egész szám. Utoljára Euler publikálta az $n = 3$ eset bizonyítását. Euler eredménye óta eltelt 75 év, míg Sophie Germain egy teljesen új stratégiát dolgozott ki a probléma kezelésére. Eredményeiről, 1804-ben, levélben számolt be Karl Friedrich Gaussnak, a „matematika fejedelmének". A levelében ismét a Le Blanc álnevet használta, s ebben bizonyítást adott az olyan $n = p - 1$ esetekre, ahol $p = 8k + 7$ alakú prímszám. Vagyis az addigi kísérletekhez képest merőben új gondolattal állt elő: az egyes esetek helyett bizonyos tulajdonságú prímek csoportját kezdte vizsgálni.

Gauss-szal folytatott levelezése nagy ösztönző erőt jelentett Germain további munkájára, még számos új számelméleti tanulmánya született. Levelezésük csak akkor szakadt meg, amikor Gausst a Göttingeni Egyetem csillagász professzorává nevezték ki. Személyesen sohasem találkoztak, bár Sophie Germain valódi kiléte végül itt is tisztázódott.

Germain levelezett Adrien Marie Legendre-ral is. A Legendre-hoz írt levelében számolt be a nagy Fermat-sejtéssel kapcsolatos újabb eredményéről 1820-ban. Belátta, hogy ha *n* olyan prímszám, melyre *2n+1* is prím (ezeket ma Germain-prímeknek nevezik, pl.23), akkor valószínűleg igaz az állítás. A *„valószínűleg"* Germain szerint azt jelentette, hogy ha létezne megoldás, akkor az *x, y, z* számok közül valamelyiknek *n* többszörösének kellene lennie, és ez túl nagy megkötést jelentene a megoldásra nézve.

Germain munkája új lendületet adott a nagy Fermat-sejtéssel kapcsolatos kutatásoknak. Az ő módszerén alapult a később Gustav Lejeune Dirichlet, majd Adrien Marie Legendre által elért eredmény, ők ketten egymástól függetlenül bizonyították, hogy $n = 5$-re nincs megoldás. Szintén Germain módszerét fejlesztette tovább Gabriel Lamé és bizonyította $n = 7$-re az állítást.

1808-ban Ernst F. F. Chladni, német fizikus Párizsban bemutatta a rezgő lemezekkel végzett kísérleteit és az ú.n. *Chladni-féle porábrákat*. A Francia Tudományos Akadémia pályázatot írt ki a rugalmas felületek rezgéseinek matematikai leírására, általános törvény felállítására. Germain ennek hatására felhagyott számelméleti kutatásaival, figyelmét ettől kezdve a matematika alkalmazásának területe kötötte le. Tanulmányozta Lagrange Analitikus Mechanikáját, az analízis és a variációszámítás elméletét, valamint Chladni munkáit.

1811-ben adta be a rezgések elméletére vonatkozóan az első pályamunkáját, ami még nem felelt meg minden tekintetben a követelményeknek. Majd Lagrange bírálatai és ösztönzése alapján még kétszer próbálkozott, és végül *„A rugalmas lemezek rezgésének elméletéről*” írt tanulmányával 1816-ban elnyerte a Francia Tudományos Akadémia első díját, mely egy 1 kg-os arany érem volt. (Ezt Napóleon ajánlotta fel annak, aki megmagyarázza a jelenséget.)

Barátságot kötött Fourier-val, akinek révén egyre jobban bekapcsolódott Párizs tudományos életébe. Részt vett a Tudományos Akadémia ülésein, a nők közül elsőként: **saját jogán.**

Gauss közbenjárására a Göttingeni Egyetem tiszteletbeli doktori címet adományozott Sophie Germain-nak tudományos munkáinak elismeréséül, amit azonban már nem vehetett át.

1831. június 27-én, kétévi betegség után 55 évesen mellrákban meghalt.

7.4. Mary Fairfax Somerville (1780.12.26.-1872.11.29.)

Egy ünnepségen 1833-ban két nőt neveztek ki a Királyi Asztronómiai Társaság tiszteletbeli tagjává. Az egyik Mary Fairfax Somerville volt. Az eset a férfiak által uralt tudományos világban eddig példa nélküli. Meglepő volt, mert Mary közelebb állt a matematikához, mint a csillagászathoz.

Kora gyermekkora a skóciai Fife-ban nem volt igazán figyelemre méltó. Apja a királyi tengerészet tisztje volt, aki altengernagyi cím kinevezésig küzdötte fel magát. Mary korához képest lenyűgöző szellemi képességei elkerülték a család figyelmét. Tehetsége csak Thomas Somerville tiszteletes nagybátyja és későbbi apósa figyelt fel. Úgy gondolta, hogy érdemes gondozni az értelmét annak ellenére, hogy a kor szellemében az „alantas faj" egyik egyede, azaz a női nem tagja. Egy nő számára az olvasás, (az írás már nem), kötés zenélés és a háztartás vezetése volt elfogadható, a többi haszontalanság, sőt káros volt.

Tizenhárom éves korában szülei Edinburghba költöztek. Mary már ekkor helyesen megoldotta a fivérének adott iskolai feladatokat, noha őt az órákon csak megtürték, mint „alkalmi diákot". Megkérte a tanárt, hogy szerezze meg neki Euklidész *Elemek* című könyvét. Mohón nekiesett a könyv tanulmányozásának. Ezek után kért még további matematikai könyveket, például Euler műveit. Az algebra iránti szenvedélye olyan mértékű volt, hogy a szülei aggódni kezdtek az egészsége miatt. Attól tartottak, hogy matematikai irányú érdeklődése károsan hat a törékeny lány szellemi fejlődésére. Szinte teljesen autodidakta módon tanulta a matematikát.

Mary 24 évesen feleségül ment Samuel Reid tengerészhez, aki rövid időn belül meghalt. Lánya, Martha később így emlékezett Reid-re: „Mr Reid igen jóképű, a kor elvárásai szerint élő férfi volt. A legkisebb érdeklődést sem mutatta felesége tudományos elkötelezettsége iránt, és szilárdan hitt a nők alárendelt szerepében”.

Férje halála után fiatal, eléggé tehetős özvegy lett. Élt a szabadság adta lehetőséggel és még inkább a tudomány felé fordult. Olvasta James Ferguson *„Astronomy Explained Upon Sir Isaac Newtons Principles”* című könyvét, a csillagászat brit „bibliáját”. Majd ezt követően Newton műveit, és Laplace *„Égi mechanika”* kiemelkedő művét.

A brit matematika az elszigeteltség miatt ebben az időben több évtizedes hátrányban volt az európai gondolkodókkal szemben. Ezért Laplace tanulmányozása komoly előrelépésnek számított ebben az időszakban.

Mary 1812-ben másodszor is férjhez ment. Férje, Dr William Somerville közeli unokafivére lett. Ő sebész orvosként dolgozott. Az első férjétől teljesen különböző véleményen volt a nők tudományhoz való viszonyáról. Nem csak támogatta ebben feleségét, de hamar felismerte és elfogadta, hogy Mary élesebb elméjű nála. Sőt még írnokként is segített a felesége jegyzeteinek az elkészítésében.

Amikor Williamet előléptették (később a Királyi Társaság tagja lett), akkor Londonba költöztek. Mary rengeteget olvasott különböző tudományterületekről (növénytan, geológia,..). Európai utazásaik során sok kiemelkedő tudóssal találkozott (Biot, Laplace, Poisson,…). Férjét ismét előléptették, így vehettek egy házat Chelsea-ben, ami ekkor a brit világ központja volt.

Megismerkedett többek között Babbage-val, Herschelékkel és Lady Lovelance-szal. Ő arra bátorította, hogy foglakozzon matematikával. Az elismerések özönlöttek Marynek, egy egész sor társaság választotta tiszteletbeli tagjává. Csak „tiszteletbeli taggá”, mert a sok szakállas akadémikus nem tudta elfogadni, hogy Mary „csak” egy nő.

A pár 1838-ban Firenzébe költözött. Mary ott élt éveken át és itt írta a *Fizika geográfiája”* című művét, amely a legsikeresebb kiadványa lett.

Mary nem sokkal halála előtt (már özvegy volt, mivel férje 1860-ban meghalt) még mindig energiától duzzadt. Még mindig képes volt napi 4-5 órát foglalkozni matematikával. Nápolyban halt meg 92 éves korában, amikor még éppen egy matematikai cikken dolgozott.

Sokan örülnénk, ha ilyen idős korunkban is éles elmével és ekkora munkabírással rendelkeznénk!

Érdekességek

1. A brit kormány nyugdíjjal értékelte tudását, melyet a miniszterelnök Lord Melbourne 300 fontban határozott meg.

2. A Hold látható oldalán van egy róla elnevezett kráter, amellyel halála után a csillagászok fejezték ki tiszteletüket.

3. Második férjével kötött házasságában 3 lányuk és fiúk született.

4. Lánya 1873-ban, (egy évvel Mary Fairfax Somerville halála után) adta ki anyja életéről szóló írását.

5. Somerville College Library, Oxford

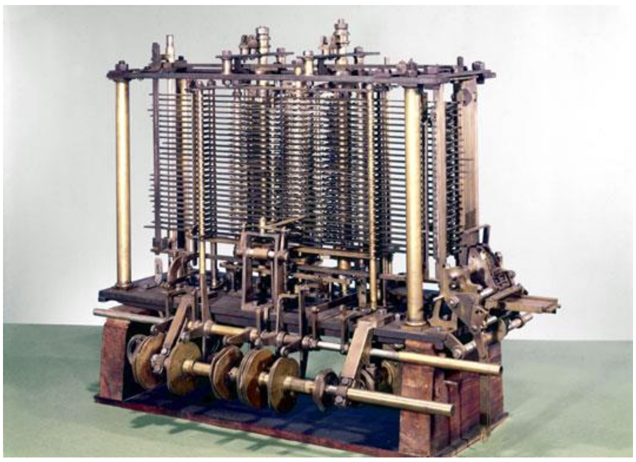
7.5. Ada Lovelace (1815.12.10.-1852.11.27.)

Brit matematikus

Foglalkozása: matematikus, programozó, költő, informatikus, feltaláló, fordító, író, mérnök

Augusta Ada King, Lovelace grófnője. (Születési nevén: Augusta Ada Byron, általánosan ismert nevén Ada Lovelace). Főként arról volt ismert, hogy leírást készített a Charles Babbage által tervezett első mechanikai számítógéphez, az analitikai számolóműhöz.

Egyesek szerint a géphez készült programokat is ő írta, így az első számítógép-programozónak tekinthető, de hozzájárulásának mértéke vitatott.



Élete

Ada Lord Byron költő és felesége, Annabella Milbanke egyetlen gyermeke, és egyben a költő egyetlen törvényes gyermeke. Byron féltestvéréről, Augusta Leighről nevezték el, akivel Byronnak a korabeli pletykák szerint vérfertőző viszonya volt, amelyből egy gyermek is született. Augusta biztatta Byront, hogy a botrány elkerülése érdekében házasodjon meg, ő pedig vonakodva, de elvette Annabellát, aki miután később rajtakapta a párt, 1816. január 16-án elhagyta a költőt, és magával vitte az egy hónapos Adát. Byron április 21-én aláírta a válási papírokat, és pár évvel később örökre elhagyta Angliát.

Mivel Ada nyolcéves korában apja már meg is halt, így soha nem találkozhattak személyesen, csak levelezhettek. Ada az édesanyjával élt, amint ez apjának másokkal folytatott levelezéséből nyilvánvaló. Byron nagyon szerette lányát, s több versében is megemlítette (a paralelogrammák hercegnőjének nevezte). Ada is nagyon vonzódott apjához, olyannyira, hogy halálakor - kérésére - az általa egyébként soha meg nem ismert apja mellé, a Byron-kriptában temették el a Nottinghamben lévő Szent Mária Magdolna-templomban.

Lady Byront nagyon érdekelte a matematika, ami fontos szerepet töltött be életében. Igyekezett megakadályozni, hogy Ada olyan őrült legyen, amilyennek az apját tartotta, ez volt az oka, hogy már kiskorától kezdve tanította matematikára.

A kislány gyermekkorában gyakran volt beteg, s ezek elég komoly következményekkel jártak. Nyolcéves korában olyan fejfájással kezelték, amely miatt időlegesen a látása is megromlott, majd 1829-ben a kanyaró mellékhatásaként majdnem teljesen megbénult. Közel egy évig folyamatos ágynyugalmat írtak számára elő, s 1831-re is csak mankóval tudott járni. Mindezek mellett azonban kiapadhatatlan tudásvágya volt, szinte minden érdekelte, s betegsége alatt is folyamatosan tanult és fejlesztette képességeit.

Édesanyja azonban nem akarta, hogy rendkívül tehetséges lánya költő vagy irodalmár legyen, így a matematika és a természettudományok felé fordította, amely ebben a korban nem volt túlságosan elterjedt. Annabella szintén szerette a matematikát, s lánya számára, mivel nőként egyetemre nem járhatott, a kor egyik leghíresebb matematikusát Augustus de Morgant (aki a londoni egyetem matematikaprofesszora volt) kérte fel, hogy oktassa.

De Morganen kívül is több jól ismert matematikus fordult meg a házban, ugyanakkor ő is több látogatást tett más híres tudósnál és személyiségnél. Ismerettségi köréhez tartozott az említettek mellett Michael Faraday, Sir David Brewster vagy Charles Dickens is.

Alig tizenhét éves volt, amikor 1833 június 5-én, egy partin megismerkedett Charles Babbage híres matematikussal, majd de Morgan feleségének kíséretében látogatást is tett Babbage házában. Első pillantásra megértette az analitikus gép működésének alapelveit, s látta, hogy nagyon fontos szerepet játszhat a későbbiekben. Babbage már húsz éve fejlesztette a gépet, de távol állt még a befejezéstől. A férfit lenyűgözte Ada tudása, intelligenciája és sokoldalúsága, s a számok varázslónőjének nevezte.

A parti vendégei között voltak férfiak és nők vegyesen, többek között Mrs Somersville is, akinek a segítségével később megismerkedett Lord Wiliam Kinggel, akivel olyannyira sikerült összebarátkozni, hogy 1835. július 8-án feleségül is ment az akkor 30 éves férfihez. Így báróné lett, majd 3 évvel később férjét gróffá emelték, így a Lovelace nevet tőle "örökölte" (a férje Earl of Lovelace lett). Három gyermekük született. A család Ockham Parkban élt a Surrey megyei Ockhamben. Ada teljes neve és címe házasságától *Őméltósága Augusta Ada, Lovelace grófnője.* Ma leginkább Ada Byron vagy Ada Lovelace néven ismert.

Babbage, olasz barátja Giovanni Plana csillagász késésére Torinóba látogatott, ahol előadásokat tartott találmányairól. A hallgatóság egyik tagja, Luigi F. Menabrea - későbbi olasz miniszterelnök - Babbage előadásairól és találmányairól rövid, francia nyelvű beszámolókat írt, s azokat 1842-ben ki is adatta. Babbage hallott a cikkről és megkérte Adát, hogy fordítsa le angolra, aki eleget tett barátja és mentora kérésének. A fordítást (saját neve alatt) megjelentette a Scientific Memoirsban, de Babbage arra kérte, hogy lássa el jegyzetekkel is. Ennek eredményeképpen a jegyzetek kétszer-háromszor olyan hosszúak lettek, mint az eredeti szöveg, s mivel Ada nem csak matematikai vénával, hanem írói vénával is rendelkezett, a stílusa is magával ragadó volt. *(Alfred Chalon: Ada Lovelace - 1840)*

Ebben a kibővített cikkben Babbage gépét összehasonlítja Jacquard szövőgépével, amely "virágokat és leveleket sző", míg Babbage gépe "algebrai mintákat". A jegyzetek között magyarázatként néhány program is található, amelyet jóval később átvizsgálva tökéletesen működőnek ismertek el. Ezekben a jegyzetekben a Bernoulli-számok kiszámítási írta le, és sokak szerint ő fogalmazta meg a világ első számítógépes programját.

Így aztán Ada lett a világ első programozója, vagyis olyan személy, aki nem tervez gépet, csak használja. Ada javasolta Babbage-nek, hogy a decimális számrendszer helyett használja a binárist, és megtervezte, hogyan lehet egy utasítássorozatot többször végrehajtatni.

Sokkal többet látott a gép jövőjéből, mint bárki a korban, s világosan látta a matematikán kívüli lehetőségeket. Végül a kiegészített cikk megjelent a Taylors Scienetific Memoirsben 1843-ban. A cikket természetesen nem a saját neve alatt írta, hiszen akkoriban egy nő nem írhatott egy tudományos cikket vagy publikációt, hanem az A. A. L. monogramot használta. Nem lehet tudni mennyi volt Ada saját ötlete, s mennyi Babbage instrukciója. Az bizonyos, hogy az ő fejéből pattant ki az ötlet, hogy a gépet széles körben lehetne használni - olyasféleképpen, ahogyan ma a mesterséges intelligenciát kezeljük. Ada igazi kékharisnya lett, amely azokat a nőket jellemezte, hogy műveltek és olvasottak voltak, s mivel akkoriban korlátozottak voltak a lehetőségeik, önképzőköröket szerveztek, ahová tudósokat hívtak meg és élénk társadalmi életet éltek. *(Margaret Sarah Carpenter: Ada - 1836)*

Eközben persze élte a nemesek életét, s bálok forgatagában újabb híres személyiségeket ismert meg, sőt gyakorta megfordult a királyi udvarban is, ahol elsősorban a műszaki tudományok iránt érdeklődő Albert herceget bűvölte el tudásával, így viszont Viktória királynő is becsülte. Eleinte kissé féltékeny volt rá, viszont mikor megtudta, hogy három gyermekes anyuka a féltékenysége elszállt.

Férje haladó szellemű volt, így támogatta felesége matematikai és tudományos érdeklődését, s széles körű társadalmi életet folytattak. Adát számos komoly probléma érdekelte, komoly fejtörést okozott neki a "háromtest-probléma", amely a Föld-Hold-Nap egymásra hatását vizsgálta és komolyan foglalkozott a szerencsejátékok kutatásával is. Olyan modellt szeretett volna kidolgozni, amely nyerő stratégiát biztosít számára.

Ada ugyanis nagyon szerette a lovakat. Egyrészt rendszeresen lovagolt - betegeskedése ellenére - másrészt rendszeresen fogadott a lovakra. Sokszor és megszállottan költött nagyon sok pénzt a lóversenyre, ami miatt többször el kellett zálogosítani családi ékszereit is, sőt végül el is adta őket. Édesanyja és férje nem tudta megakadályozni e szenvedélyének élvezetét, mert Babbage embereit használta a fogadásokra.

Sokféle betegséggel küzdött, komoly emésztési és légzési problémái voltak. Orvosai, elsősorban Dr. Lolock fájdalomcsillapítóként ópiumot szedettek vele, amely miatt azonban hangulatingadozásai és látomásai alakultak ki.

Harmincöt éves korában méhnyakrákot kapott, s amikor megtudta, hogy halálos beteg a hit felé fordult. Halálos ágyán, 1852. augusztus 30-án árulta el férjének, hogy házasságtörést követett el egy közeli barátjával, John Crossal, és elzálogosította a családi ékszereket. A férj azonnal megszakította vele a kapcsolatot. Közel két évig küzdött betegségével, s olykor olyan fájdalmai voltak, hogy a kor híres ápolónője, Florence Nightingale később azt állította: " nem élhetett volna ilyen sokáig, ha nem lett volna hatalmas élni akarása".

Végül 1852. november 27-én, két héttel a 37. születésnapja előtt hunyt el. Talán nem is a rák vitte el, hanem a kezelésére kapott rengeteg érvágás. A legenda szerint utolsó óráiban Dickens mesélt a számok varázslónőjének.

Érdekességek

- 1980. december 10-én (Ada születésnapján) az Egyesült Államok Védelmi Minisztériuma elfogadta az új Ada programozási nyelvet, melyet Adáról neveztek el.
- Az Egyesült Államok Védelmi Minisztériuma az Ada-nyelv katonai szabvány szerinti azonosítójában (MIL-STD-1815) Ada Lovelace születésének dátumát az iránta való tiszteletből tüntette fel.
- A műszaki tudományokban 2009-től Ada Lovelace-napot tartanak minden év októberének második keddjén a műszaki és természettudományokban jeleskedő nők számára.
- Ada az egyik főszereplő Bruce Sterling és William Gibson *A gépezet (The Difference Engine)* című alternatív történelem-regényében (steampunk), melyben Babbage gépeit tömeggyártásban állították elő, és a számítógépek kora egy évszázaddal korábban kezdődött.

- John Crowley *Lord Byron's Novel* („Lord Byron regénye”) című műve egy regény, melyet története szerint maga Byron írt (a valóságban is belekezdett egybe, de valószínűleg sosem fejezte be), és lánya, Ada fedezte fel, majd szerkesztve, kommentárokkal ő adta ki.
- A Microsoft-termékek eredetiségét igazoló hologramon az ő képe látható.

- 2012. december 10-én a Google kereső egy ún. Google doodle-lel emlékezett meg Ada Lovelace 197. születésnapjáról.

7.6. Szofja Vasziljevna Kovalevszkaja (1850.01.15.-1891.02.10.)

Orosz matematikus

Ismerkedjünk meg közelebbről a XIX. század szülöttei közül még egy matematikusnővel, aki Florence Nightingaletől harminc évvel később született, de sajnos húsz évvel korábban halt meg. Küzdelmekkel teli élete volt ennek az elragadó orosz asszonynak, akit a legnagyobb elmék között is kiemelkedő tehetségűnek mondhatunk, briliáns matematikusnak, immár a szó mai értelmében véve.

Szofja Kovalevszkaja volt az első nő, aki doktori fokozatot szerzett matematikából. Nemcsak kivételes tehetségű matematikus volt, hanem kiváló író is, Dosztojevszkij barátja, kitalált és valós történeteket, elbeszéléseket írt. Kora Oroszországának lázadó politikai hangulata nem hagyta érintetlenül, feministaként egész életében küzdött azért, hogy nők is tanulhassanak az egyetemeken.

Moszkvában született 1850. január 15-én, leánykori neve Szofja Krukovszkaja volt. Később asszonynevének, mely az orosz szokások szerint Szofja Kovalevszkaja volt, inkább a férfi változatát használta, így Szofja Kovalevszkij-ként lépett fel a tudományos életben.

Előkelő családból származott, anyja német származású volt, apja pedig egy orosz tüzértábornok, Vaszilij Corvin-Krukovszkij.

Apja nyugalomba vonulása után Pelibinora, a családnak egy, a világtól elzárt birtokára költöztek. Itt kezdte Szofja matematikai tanulmányait. Apja ellenezte, hogy matematikát tanuljon, így titokban csempészte szobájába elsőként az algebra könyveket, majd önmagát képezve haladt tovább a trigonometria és a fizika témakörein. Matematikával kapcsolatos kérdéseit nagybátyjával, Peter Corvin-Krukovszkijjal vitatta meg, majd a szomszédjukban élő fizika professzortól, Nicholas Tyrtovtól kapott könyveket és bátorítást. Tyrtov felismerte Szofja tehetségét és meggyőzte apját, engedje Szentpétervárra, hogy az ottani középiskolában tanulhasson. A középiskolai tanulmányai során Szofja megismerkedett a differenciál- és integrálszámítás alapjaival, valamint egyéb tárgyakkal, a továbbtanulás azonban lehetetlennek látszott.

Orosz egyetemeken ekkor még nők nem tanulhattak. Oroszországból diáklányok tömegei indultak külföldre, elsősorban a svájci egyetemekre tanulni. Hajadon lányok azonban nem utazhattak kísérő nélkül, különösen külföldre nem, így az utazás lehetőségének, a „szabadságának" megteremtésére a leleményes orosz ifjúság kitalálta a „látszat-házasságot".

Ezt a cselt eszelte ki Anjuta, Szofja nővére is barátnőjével. Egyikük látszat-házasságot köt, így férjes asszonyként majd utazhat, és kísérője lehet a másik két hajadonnak is. A látszat-házasságra Vladimir Kovalevszkijt szemelték ki, aki őslénytani tanulmányait maga is külföldön szerette volna folytatni. Kovalevszkij bele is ment a látszat-házasságba, meglepetésükre azonban ragaszkodott ahhoz, hogy Szofját vegye feleségül. Az esküvőt 1868. szeptemberében tartották, és 1869-ben már mindnyájan Heidelbergben tanultak.

A Heidelbergi Egyetemen a matematikát Leo Königsberger (1837-1921) és Paul DuBois-Reymond (1831-1887) adta elő akkoriban, a fizikát Gustav Robert Kirchhoff (1824-1887) és Hermann von Helmholtz (1821-1894), a kémiát pedig Robert Wilhelm Bunsen (1811-1899). A tanulók között pedig három magyar is szerepelt: Eötvös Loránd (1848-1919), Kőnig Gyula (1849-1914) és Heller Ágost (1843-1902).

Szofja érdeklődésének előterébe Königsberger előadásai kerültek, aki az analízis atyjának, Karl Theodor Wilhelm Weierstrassnak (1815-1897) a tanítványa volt. Königsberger ajánlására Kovalevszkaja hamarosan magánál Weierstrassnál folytatta tanulmányait. 1870-ben Berlinbe utazott, az ottani egyetem kapui azonban még zárva voltak a női hallgatók előtt.

Így még Weierstrass közbenjárására sem vehetett részt az órákon. Weierstrass a hiperelliptikus függvényekről szóló előadásának a jegyzetét adta oda Kovalevszkajának, hogy tanulmányozza és számoljon be róla. A beszámolója olyan pontosságról és elhivatottságról árulkodott, hogy ettől kezdve hetente kétszer Weierstrass külön órákon tanította Kovalevszkaját, s egy életre szóló munkakapcsolat és barátság alakult ki köztük.

A Berlinben töltött évek szakadatlan matematikai munkával teltek. Négy év után Szofja Kovalevszkaja három önálló tanulmányt küldött el Göttingába: *„A parciális differenciálegyenletek elméletéhez”* címűt, *„A harmadrendű, elliptikus integrálokra redukálható Abel-féle integrálok egy osztályáról”* és a *„Szaturnusz gyűrűkről”* szólót.

A Göttingeni Egyetem 1874. júliusában Szofja Kovaleszkajának távollétében, summa cum laude Ph.D. fokozatot adományozott. Így ő lett az első nő, aki e tudományos fokozatot megszerezte.

A parciális differenciálegyenletek elméletéhez című tanulmányában általánosította a korábban Augustin Louis Cauchy (1789-1857) által megfogalmazott egzisztencia és unicitás tételt. Ezek szerint, ha az $y'=f(x,y)$ differenciálegyenletben az $f(x;y)$ függvény és y szerinti parciális deriváltja y szerint folytonos az x,y-sík valamely T tartományában, és annak (x_0, y_0) egy tetszőleges belső pontja, akkor az $y'=f(x,y)$ differenciálegyenletnek egy és csak egy olyan $y=g(x)$ megoldása létezik, amely eleget tesz az $y(x_0) = y_0$ kezdeti feltételnek.

Kovalevszkaja általánosításában az állítást n-változós függvények r-ed rendű parciális differenciálegyenlet-rendszerére fogalmazta meg, amit ma Cauchy-Kovalevszkaja-tétel néven ismerünk.

A differenciálegyenletek elméletében Chauchy gondolata a megoldás létezésének bizonyításáról merőben új utat nyitott meg. Amíg a differenciálegyenletek főként fizikai problémák leírását szolgálták, a megoldhatóság kézenfekvőnek látszott. Az absztrakció magasabb fokát jelentette, amikor a megoldás egzisztenciájára és egyértelműségére vonatkozó bizonyításokra merült fel az igény. Az új bizonyítási módszerek kidolgozásában Cauchy után olyan matematikusok sorakoztak fel, mint Rudolph Lipschitz (1832-1903), Guiseppe Peano (1858-1932) és Szofja Kovalevszkaja.

Szofja Kovalevszkaja nem kapott munkát a megszerzett doktori fokozat és Weierstrass erőfeszítései ellenére sem. Kénytelen volt családjához visszatérni Oroszországba. Végzettségét hazájában sem ismerték el, nem kapott ott sem annak megfelelő állást, így felhagyott kutatásaival, számtant tanított egy leányiskolában, irodalmi művei, újságcikkei, színházi kritikái, ismeretterjesztő írásai jelentek meg. Apja halála után elmélyült kapcsolata férjével, s 1878-ban lányuk született (Sofia Kovalevskaya). Mindezen változások azonban nem tudták lekötni Kovalevszkaját, hiányzott neki a matematikával való foglalatosság.

Pafnutyij Lvovics Csebisev (1821-1894) meghívására részt vett az 1880-ban Szentpéterváron megrendezett tudományos konferencián. A konferenciára egy korábban az Abel-integrálokról írt, de még nem publikált munkáját nyújtotta be, melyet egyetlen éjszaka alatt fordított le németről oroszra. Ez a hat éve érintetlenül heverő tanulmánya még így is elismerést váltott ki matematikus társaiból. Az előadását követően Gösta Mittag-Leffler (1846-1927) svéd matematikus, akit Kovalevszkaja korábbi berlini tartózkodása során már ismert, felajánlotta, hogy megpróbál hazájában állást keresni számára. Kovalevszkaja elutazott Oroszországból, újra felvette a kapcsolatot Weierstrass-szal, és folytatta munkáját.

Férje rossz pénzügyi befektetések következtében csődbe ment, és 1883 tavaszán öngyilkosságot követett el. Így a minden anyagi támogatás nélkül maradt Kovalevszkaja számára egyre sürgetőbbé vált, hogy állást találjon. Végül Mittag-Leffler közbenjárására a Stokholmi Egyetemen kapott állást, ahol 1884-től rendes tanárként a parciális differenciálegyenletek elméletéről tartott előadásokat. Szerkesztője lett az *Acta Mathematica* című matematikai folyóiratnak. Sorra jelentek meg cikkei a matematikai fizika témakörében.

Foglalkozott a fény terjedésével kristályokban és a rögzített pont körül forgó szilárd testek leírásával. Ez utóbbiról írott dolgozatával 1888-ban elnyerte a Párizsi Akadémia Bordin-díját, amely az egyik legmagasabb akadémiai díjnak számít. Munkája annyira kitűnő volt, hogy az eredetileg 3000 frankra meghirdetett díjat végül 5000 frankra emelték. A rögzített pont körül forgó szilárd testek, pörgettyűk elméletével korábban Euler és Lagrange foglalkozott. Az ő eredményeiket sikerült Kovalevszkajának tovább fejlesztenie az aszimmetrikus esetre. 1889-ben, folytatva e témában munkáját, elnyerte a Svéd Tudományos Akadémia díját is.

Élete utolsó éveiben matematikai témájú cikkei mellett regényei és emlékiratai is megjelentek. Még csak 41 éves volt, amikor egy téli utazása során megfázott és 1891. február 10-én tüdőgyulladásban meghalt. Stockholmban temették el, mert az orosz belügyminiszter nem tulajdonított jelentőséget egy nőnek, aki „végeredményben egy nihilista volt".

Érdekességek

1. Édesapja, Vaszilij Vaszilijevics Krukovszkij (1800–1874), lengyel származású tüzértiszt, később tábornok volt. Krukovszkij távoli rokonságban állt Hunyadi Mátyással. 1858-ban az orosz hatóságok elismerték a nemességét és engedélyezték, hogy a nevét *Korvin-Krukovszkij*-ra változtassa. (A lengyel „kruk” szó jelentése „holló”.)

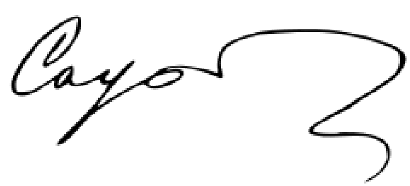
Édesanyja a német Elisabeth Schubert (1820–1879) volt, a matematikus és csillagász Friedrich Theodor von Schubert (1758–1825) unokája, aki sokkal műveltebb volt a férjénél.

2. Szofja matematikai érdeklődését több tényező bontakoztatta ki. Az egyik az édesapjától származott, teljesen véletlenül. Amikor az új házukban kifogytak a tapétából, az apa tanulmányaiból megmaradt, differenciál- és integrálszámítással kapcsolatos jegyzeteket használták tapétának. Szofja sok órát töltött el a furcsa ákom-bákomok nézegetésével. Valami hatása lehetett, mert később, amikor ezzel a területtel kezdett foglalkozni, olyan könnyedén elsajátította, mintha mindig is ismerte volna.

3. Szakmai kitüntetése: Akadémiai Pálmák Rend

4. 1889-ben ő lett az első női (levelező) tagja a Szentpétervári Tudományos Akadémiának, többek között Pafnutyij Csebisev javaslatára.

5. Szofja Vaszilijevna Kovalevszkaja aláírása:



6. Weierstrass tanítványai között olyan nevek is szerepeltek, mint Georg Frobenius, Carl Runge, Hermann Schwarz vagy Leo Köngisberger, a legkiválóbbnak Kovalevszkaját tartotta.

7. Berlinbe költözése után Kovalevszkaja három év alatt három disszertációt írt, amelyek bármelyike alkalmas lett volna doktori disszertációnak.

8. 1874-ben *summa cum laude* minősítéssel szerezte meg Göttingenben a doktorátust. Ugyanabban az évben visszatért Oroszországba, de nem sikerült állást szereznie a Szentpétervári Egyetemen. Ezután hat évig irodalommal foglalkozott a matematika helyett.

9. 1880-ban Moszkvába költözött, de az akkori törvények nem tették lehetővé, hogy a moszkvai egyetemen tudományos fokozatot szerezzen. Egy évvel később Berlinbe és Párizsba utazott, hogy ott próbáljon meg professzori állást találni.

10. Tagja lett a párizsi Matematikai Társaságnak, és olyan matematikusokkal került kapcsolatba, mint Charles Hermite, Émile Picard, Henri Poincaré és Joseph Bertrand.

11. Stockholmban van eltemetve a Norra begravningsplatsen temetőben.

7.7. Mileva Marić (1875.12.19.-1948.08.04.)

Szerb matematikus, fizikus

(Albert Einstein első felesége.)

Családja

Mileva 1875. december 19-én született (Magyarországhoz tartozó) Titelen. Apja Milos Marić, gazdag földbirtokos, állami tisztségviselő, egyébként leszerelt katona volt. Fontos tevékenységet végzett a helybeli szerb ortodox egyházi közösségben. Mind a Mileva, mind a Marić boszniai szerb eredetre utal. Anyja Ruzits Mária, elismert kereskedőcsaládból származott.

Alapiskoláiban megtanult magyarul, így hát Zürichben már, mint Einstein társa, fel tudta olvasni neki a Magyarországról érkezett tudományos közleményeket, köztük Eötvös Loránd munkáit.

Iskolái

1885-től kis ideig Szabácson *(Šabac)* járt gimnáziumba, ami az akkori lányok számára szinte lehetetlenség volt. Később édesapja egy zágrábi gimnáziumba íratta, de az utolsó évet már Svájcban fejezte be. Ezután beiratkozik a zürichi Műegyetemre. Itt, a matematika-fizika szakon ismerkedett meg későbbi férjével, Albert Einsteinnel. 1900-ban Marić megbukott a tanári záróvizsgán 4,00-es átlaggal, mivel csak 2,5-et szerzett a matematika részében (függvényelmélet).

Marić tudományos karrierje 1901-ben törést szenvedett, mikor Einstein teherbe ejtette. Három hónapos terhesen újra megkísérelte a záróvizsgát, de másodszorra is megbukott. A diplomamunkáját, amit később doktori értekezéssé kívánt volna fejleszteni, Heinrich Weber professzor témavezetése mellett, szintén félbehagyta.

Kapcsolata Einsteinnel

Kettejük kapcsolata a tudománytörténet egyik különös, mégis kevéssé ismert párkapcsolata. Elsősorban fennmaradt levelezésükből tudunk rá következtetni. (Levelezésüket Roboz Erzsébet, Hans Albert Einstein felesége kutatta.) Eddig 54 fennmaradt levelük ismert, melyek zöme szerelmeslevél, de néha vitatnak meg bennük szakmai – elsősorban termodinamikai – kérdéseket is.

1901-ben Mileva várandós lett Alberttől, akivel addig csak alkalmanként találkoztak. Mivel Einstein nem kapott munkát, nem tudtak összeházasodni, ezért Mileva hazament szülni. Einstein családja – főleg édesanyja, Pauline – is ellenezte a kapcsolatot. Mivel nem volt munkája, otthonról kapott pénzt, ezért ez is befolyásolhatta, hogy csak 2 évvel később házasodnak össze.

1902-ben megszületett első közös gyermekük, akit *Lieserl*-nek neveznek el. A gyermek későbbi sorsáról semmi biztosat nem lehet tudni, vagy árvaházba adták és ott meghalt, vagy nevelőszülőkhöz adták. Még ebben az évben Einstein állást kapott a Berni Szabadalmi Hivatalban (Grossmann Gyula segítségével, akinek a fiával, Grossmann Marcellel csoporttársak voltak az egyetemen), és 1903 elején összeházasodtak, de gyermeküket nem vették magukhoz.

1904-ben megszületik *Hans Albert*, majd egy évre rá Einstein publikálta speciális relativitáselméletét. Ekkor a házaspár már együtt élt, de nincs rá bizonyíték, hogy Mileva számottevően hozzájárult volna a tudományos sikerekhez.

1911-től a házasságuk megromlott, Einsteinnek egyre több a munkája, és egyre több időt töltött Elsával, másodunokatestvérével. Később Mileva hazatért a Vajdaságba, és apjuk akarata ellenére megkeresztelte fiaikat, Hans Albertet és Eduardot.

Kapcsolatuk tovább romlott, Einstein már nyilvánvalóan csalta Milevát, majd 1919-es válásuk után el is vette unokatestvérét. A válás érdekes kitétele, hogy Einstein felajánlotta Milevának a még meg nem kapott Nobel-díja összegét (Ezt majd csak 1921-ben ítélik neki oda, és 1923-ban kapja kézhez). Ez egyes tudománytörténészeknél azt a gondolkodást táplálja, hogy komoly szerepe volt a munkásságában.

Munkássága, szerepe Einstein felfedezéseiben

A Marić-tyal kapcsolatos legvitatottabb kérdés az, hogy volt-e, és ha igen, mekkora szerepe Einstein korai munkásságában, különösen az Annus Mirabilis cikkeiben. Ugyanakkor a tudománytörténészek jelenlegi megegyezése az, hogy nem volt számottevő tudományos hozzájárulása. Egyes történészek ezt vitatják, és komolyabb szerepet tulajdonítanak neki.

Az érvelés, hogy Marićot Einstein az 1905-ös cikkekben kicsúcsosodó korai munkásságában társszerzőnek kéne tekinteni, leginkább a következő bizonyítékokra támaszkodik:

- Az ismert orosz fizikus, Abram Joffe beszámolója, aki a három Annus Mirabilis-cikk szerzőjét egy nem létező svájci szokás alapján tévesen Einstein-Marity-ként (azaz hozzáfűzte Einstein nevéhez akkori felesége, Marić családnevének magyar írásmódú változatát) adta meg. Ugyanakkor a kérdéses bekezdésben, amiben Joffe kijelentette, hogy Einstein belépője a tudomány arénájába "felejthetetlen" volt, az 1905-ös cikkek szerzőjét (egyes számban) mint "a berni szabadalmi hivatal bürokratája" írja le.
- Egy Mileva által egy szerb barátnak tett állítólagos megjegyzés, amiben 1905-ről úgy beszél, hogy "fontos munkát fejeztünk be, ami a férjemet világhírűvé fogja tenni".
- Levelek, amikben Einstein a "mi elméletünk" és a "mi munkánk" kifejezésekkel él. John Stachel mutatott rá, hogy ezek a levelek még hallgató korukban születtek, legalább 4 évvel az 1905-ös cikkek előtt, és egyes ilyen esetekben a "mi" jelző a diplomamunkájukra vonatkozik, aminek témájául mindketten a hővezetés kísérleti vizsgálatát választották.
- A válási egyezség, amelyben Einstein neki ígérte a Nobel-díjjal járó pénzjutalmat. Fontos azonban megjegyezni, hogy Einstein ezt azért ajánlotta fel, hogy a húzódozó Marić-ot rávegye, hogy elváljon tőle. Az egyezség értelmében az összeget egy, a fiaik nevére szóló alapban tartották, de ő szabadon rendelkezhetett a kamatokkal.

A nemrég hozzáférhetővé vált levelek *(Einstein mostohaunokája, Margot Einstein úgy hagyatkozott, hogy a saját halála után 20 évvel bonthatóak fel)* alapján Walter Isaacson arról számolt be, hogy a Nobel-díj pénzjutalmát három zürichi lakóházba fektették be.

Nincsenek igazán erős érvek amik támogatnák az elképzelést, hogy Marić segített Einsteinnek az elméletei kifejlesztésében. Einsteinen kívül egyéb Nobel-díjasok is osztották meg a díjhoz tartozó pénzjutalmat exfeleségeikkel válási egyezségeik értelmében. A pár saját fia, Hans Albert kijelentette, hogy amikor anyja hozzáment Einsteinhez, akkor feladta saját tudományos ambícióit.

Einstein rendkívül termékeny kutató maradt az 1920-as években is, roppant fontos eredményeket produkálva hosszú idővel azután, hogy 1914-ben elvált Marić-tól. Utóbbi azonban sohasem publikált semmit, és Einstein semelyik barátja és kollégája sem tett említést róla, hogy Marić részt vett volna a munkájában, habár maguk számtalan beszélgetést folytattak Einsteinnel ötleteiről. De a legfontosabb talán, hogy Marić saját maga se állította soha, hogy akármilyen szerepe is lett volna Einstein tudományos eredményeiben, vagy akár csak utalt volna ilyen szerepre legközelebbi bizalmas barátnőjével, Helene Savić-tyal folytatott személyes levelezésében.

Egy anekdota szerint Einstein felesége sokat segített Einsteinnek az elmélete matematikai kidolgozásában. Az első tudományos cikken is eredetileg ketten szerepeltek szerzőként, de Einstein az utolsó pillanatban kihúzta felesége nevét. Amikor a lap szerkesztője csodálkozva megkérdezte, hogy miért tette ezt, Einstein állítólag úgy válaszolt, hogy: „Wir sind ein Stein” (Azaz: mi ketten „egy kő” vagyunk).

7.8. Emmy Noether (1882.03.23.-1935.04.14.)

Német matematikus, fizikus

Hüpatiához és Sophie Germainhoz hasonlóan viharos történelmi időket élt meg Emmy Noether is, aki még a XIX. században született, de munkásságának nagy része már a XX. századra tehető. Gyűlölte a háborút, békében szeretett volna élni, de élete sajnos úgy alakult, hogy nemcsak az első világháborút kellett túlélnie, hanem a második világháborút megelőző politikai eseményeket is, melyek még hazájából is elüldözték.

Emmy, vagy ahogyan születésekor elnevezték, Amalie Noether 1882. március 23-án született Németországban, egy kis egyetemi városban, Erlangenben. Az itteni egyetem elismert professzora, Max Noether (1844-1921) volt az apja. Három öccse közül Fritz ugyancsak a matematikusi pályát választotta, az alkalmazott matematika területén dolgozott. 1934-ben menekült el a nácik elől a Szovjetunióba, ahol 1941-ben szovjetellenes propaganda vádjával elítélték és agyonlőtték.

Emmy Noether gyermekként, tinédzserként nem mutatott sok tehetséget a matematikához, hanem a zene és a tánc érdekelte. Az iskolái tekintetében Emmy Noether szerencsésebb volt matematikusnő elődeinél, mire ugyanis iskoláskorú lett, már lányok is látogathatták a közép- és felsőoktatási intézményeket. Kezdetben azonban nem matematikusnak készült. Franciát és angolt tanult, s 1900-ban az erlangeni középiskola elvégzése után nyelvtanári képesítést szerzett. Nem kezdett el azonban nyelvtanárként dolgozni, hanem az Erlangeni Egyetemen folytatta tanulmányait.

Ekkor már nők is tanulhattak az egyetemeken, habár a nők számára felvételi vizsgát írtak elő, melyet sikeresen teljesített. Az egyetemi kurzusok közül a nyelvi tárgyak helyett a matematikát választotta.

Sikeresen tette le záróvizsgáit Erlangenben 1903-ban, s még azon a télen Göttingába utazott, ahol tanulmányait Hermann Minkowski (1864-1909), Otto Blumenthal (1876-1944), Felix Klein (1849-1925) és David Hilbert (1862-1943) mellett folytatta.

Doktori disszertációját Paul Gordon vezetésével 1907-ben írta meg az invariáns algebrai rendszerek elméletéről. A következő években apját helyettesítve előadásokat tartott az Erlangeni Egyetemen, majd 1916-ban Hilbert és Klein meghívására visszatért a Göttingeni Egyetemre. Hilberték ekkor az általános relativitáselméleten dolgoztak, és Emmy Noether tudása az invariancia-elméletről nagyon hasznosnak bizonyult számukra.

Emmy Noether a Göttingeni Egyetem legkreatívabb tudósa volt. Továbbfejlesztette az apja által felállított maradéktételt, jelentős eredményeket ért el az absztrakt algebra területén, a gyűrűk és ideálok elméletében, és az ő nevét viseli a fizika Noether-tétele, mely szerint minden szimmetriához egy megmaradó mennyiség tartozik.

1920-ban jelent meg *„A nem kommutatív mezők mértékéről, különös tekintettel a differenciál- és differenciatagokra”* című tanulmánya a Matehematische Zeitschrift-ben, ugyanott 1929-ben a *„Hiperkomplex számrendszerek és reprezentációik”*, 1933-ban pedig a *„Nem kommutatív algebra”* című munkái.

Sokáig fizetés nélkül volt kénytelen órákat adni az egyetemen. Ennek ellenére lelkesen tanított, számtalan hallgatójával szerettette meg a matematikát. Eredményeinek nagy része tanítványai és munkatársai publikációiban jelent meg, és további publikációk ezrei alapulnak az ő tételein. Köztük az egyik legjelentősebb B. L. Van der Waerden *„Modern Algebra”* című munkája, melyben jórészt Emmy Noether előadásainak anyagát dolgozta fel.

Habár a német egyetemek közül elsőként a göttingeni adott ki doktori fokozatot egy nő számára, ez nem jelentette azt, hogy a habilitációt is ilyen könnyen kiadta volna. Erre csak az első világháború befejeződése után, 1919-ben került sor, amikor Emmy Noether megkapta az egyetemi magántanári kinevezését, azonban a cím nem járt számára fizetéssel.

Magánélete csendes volt, egész életét a matematika töltötte ki. Soha nem politizált aktívan, de elveiben a szociáldemokratákhoz kötődött, pacifistaként gyűlölte a háborút. Háborús időkből pedig jutott neki bőven.

1933-ban a nácik hatalomra jutásakor háromszorosan is veszélybe került. Értelmiségi nő volt, zsidó származású és liberális gondolkodású. Ez sajnos azt jelentette, hogy menekülnie kellett hazájából, mint sok más tudóstársának is. 1933-ban megvonták tőle a tanítási jogot, politikai nézetei és zsidó származása miatt. Az Egyesült Államokba emigrált. Pennsylvania államban Philadelphia közelében a Bryn Mawri Női Főiskola vendégprofesszoraként dolgozott. Emellett egyetemi előadásokat tartott a Princetoni Egyetemen.

Egy altesti operáció szövődménye következtében halt meg 53 évesen, 1935. április 14-én, Pennsylvania államban.

Érdekességek

1. 1909-ben Felix Klein és David Hilbert Göttingenbe hívták. Habilitációját elutasították az akkori nőellenes bürokratizmus miatt, ugyanis nők nem lehettek professzorok. Hilbert asszisztensnőjeként oktatott, előadásait Hilbert neve alatt tartotta.

2. Csak az első világháború után, 1919-ben tudott a női kandidátusok tiltásának egyik kivételszabálya alapján habilitálni.

3. Csak 1923-ban kapta meg első fizetett állását. 1933-ban megvonták tőle a tanítási jogot, politikai nézetei és zsidó származása miatt.

4. Kitüntetése: Ackermann–Teubner Memorial Award (1932)

5. Iskolái: Göttingeni Egyetem, Heidelbergi Egyetem, Erlangen-Nürnbergi Egyetem

6. Emmy Noether a modern algebra megalapozói közé tartozik. Őróla nevezték el többek között a Noether-gyűrűket.

7. Az általa bizonyított Noether-tétel a modern fizika egyik legfontosabb alaptétele.

7.9. Grace Murray Hopper (1906.12.09.-1992.01.01.)

Ellentengernagy, az Amerikai Egyesült Államok Haditengerészetének tisztje, matematikus, a számítástudomány egyik úttörője. Egyike volt a Harvard Mark I számítógép első programozóinak. Ő írta az első fordítóprogramot (compiler) amely valamely programozási nyelven írt programot képes a számítógép számára lefordítani. Felvázolta a számítógéptől független programnyelv ötletét, ami a COBOL. Az egyik első modern programozási nyelv megalkotásához vezetett, és amelynek egyik tervezője is volt.

Neki tulajdonítják a "debugging" (számítógépes programok hibakeresése) kifejezés elterjesztését. Haditengerészeti rangjának és munkásságának köszönhetően gyakran "Csodálatos Grace"-ként ("Amazing Grace") hivatkoznak rá, ami egyben játékos utalás az *Amazing Grace* kezdetű keresztény himnuszra is. Az Amerikai Egyesült Államok Haditengerészetének egy rombolója, az USS Hopper és a NERSC kutatóközpont (National Energy Research Scientific Computing Center - az USA Nemzeti Energiakutató Tudományos Számítóközpontja) leggyorsabb számítógépe, a Cray XE6 "Hopper" is az ő nevét viseli.

Fiatalkora

Grace Hopper New Yorkban született 1906-ban Grace Brewster Murray néven. A család 3 gyermeke közül ő volt a legidősebb. Kíváncsi gyerek volt és ezt a tulajdonságát egész életében megőrizte. Hétéves korában elhatározta, hogy kideríti az ébresztőóra működését. Hét ébresztőórát szétszerelt, mielőtt édesanyja rájött volna mi a terve. Ezek után már csak egy órája lehetett.

A középiskolát a Hartridge iskolában (Hartridge School) végezte Plainfieldben (New Jersey állam). 16 éves korában a nem megfelelő latin nyelv tesztje miatt elutasították korengedményes felvételét a Vassar College-ba, de a következő évben már felvették.

1928-ban BSc fokozatot szerzett matematika és fizika szakon. Eredményei alapján felvételt nyert a Phi Beta Kappa egyesület tagjai közé is. 1930-ban megkezdte MSc fokozatú tanulmányait a Yale Egyetemen. 1934-ben PhD fokozatot szerzett matematikából. Felkészítő tanára Oystein Ore volt. Már 1931-ben elkezdett matematikát tanítani a volt iskolájában, a Vassar College-ban, ahol 1941-ben docensnek nevezték ki. 1930-ban férjhez ment a New York-i egyetem professzorához Vincent Foster Hopperhez. 1945-ben elváltak. Ezután nem ment többé férjhez és a volt férje nevét megtartotta.

Karrierje

Hopper 1943-ban távolléti engedélyt kapott a Vassar Főiskolától és belépett az Amerikai Egyesült Államok Haditengerészetének tartalékosai közé. Sok nőhöz hasonlóan önkéntesként szolgált a WAVES ("Women Accepted for Volunteer Emergency Service" - hivatalos nevén: U.S. Naval Reserve (Women's Reserve) kötelékében. A sorozáson különleges engedéllyel ment át, mert a súlya 6,8 kg-mal kevesebb volt a Haditengerészetnél előírt 54 kg minimális testsúlynál. Kiképzése 1943-ban kezdődött meg a Flottatartalék Kadétiskolájában (Naval Reserve Midshipmen's School) a Smith College-ban, a Massachusetts Államban levő Northamptonban.

Hopper az osztályból elsőként végzett 1944-ben és a Bureau of Ships Computation Project-hez került a Harvard Egyetemre, mint alhadnagy. A Howard H. Aiken irányításával dolgozó, a Mark I számítógépet programozó csoportba került be. Hopper és Aiken közösen három publikációt írtak a Mark I számítógépről. Hopper tényleges szolgálatba történő áthelyezéséről írt kérvényét a háború végén a kora (38) miatt elutasították, így folytatta szolgálatát a Flottatartaléknál. 1949-ig a Harvard számítógép laborban maradt. 1949-ben professzorként visszatért a Vassar Főiskolára, de a Haditengerészet megbízott munkatársaként tovább folytatta a munkát a Harvard Egyetemen.

UNIVAC

1949-ben Eckert-Mauchly Computer Corporation vállalat alkalmazottja lett, mint matematikus és csatlakozott az UNIVAC I számítógép fejlesztő csoportjához. Az 1950-es évek elején a cég beolvadt a Remington Rand vállalatba. 1952-ben sikerült elkészítenie az első fordítóprogramot is, ez volt az A-0 fordítóprogram. "Senki nem hitt benne. Volt egy működő fordítóprogramom és senkit sem érdekelt. Azt mondták, hogy a számítógép csak aritmetikai műveletek elvégzésére képes." - mesélte Hopper. 1954-ben Hoppert a vállalat programozási igazgatójává nevezték ki. Részlege fejlesztette az első fordítóprogramra épülő programozási nyelveket, például a MATH-MATIC és FLOW-MATIC programnyelvet is.

Grace Murray Hopper az UNIVAC billentyűzeténél. (1960 körül)

COBOL

1959 nyarán a két napos CODASYL (Conference on Data Systems Languages) konferencián összegyűltek a vállalati és kormányzati számítógép szakértők. Míg Hopper a konferencia technikai tanácsadója volt, addig számos beosztottja dolgozott egy új programozási nyelv alapjainak meghatározására létrehozott ideiglenes bizottságban. Az új nyelv neve a COBOL lett, ami a **CO**mmon **B**usiness-**O**riented **L**anguage elnevezés rövidítése. A COBOL a Hopper által tervezett FLOW-MATIC nyelv kibővített változata. Néhány ötletet hasznosítottak az IBM hasonló programozási nyelvéből a COMTRAN-ból.

Hopper meggyőződése volt, hogy a programokat inkább az angolhoz hasonlító nyelven kell írni, mint gépi kódban vagy a gépi kódhoz legközelebb álló assembly programozási nyelven.

1967 és 1977 között Hopper volt az igazgatója a Haditengerészet Informatikai Tervező Hivatalához (Navy's Office of Information Systems Planning) tartozó Programozási Nyelv (Navy Programming Languages Group) csoportjának. 1973-ban kapitánnyá léptették elő.

Nyugdíjas évek

Grace Hoppert 1983-ban sorhajókapitánnyá léptették elő.

Hopper 1966-ban, a nyugalmazási szabályoknak megfelelően, 60 éves korában vonult nyugállományba a Haditengerészet Flottatartalékától (Naval Reserve) fregattkapitány (Commander) rangban. 1967-ben visszahívták a szolgálatba egy hat hónapos időszakra, amit határozatlan időre meghosszabbították. 1971-ben ismét nyugdíjba vonult, de 1972-ben ismét felkérték a szolgálatra. 1973-ban Elmo R. Zumwalt, Jr. admirális kapitánnyá (Captain) nevezte ki. 1983-ban elnöki kinevezéssel sorhajókapitánnyá léptették elő. Kongresszusi engedéllyel, jóval a nyugdíjkorhatáron túl is szolgálatban maradhatott. 1985-ben a sorhajókapitány rangot átnevezték ellentengernagyi rangra.

A Haditengerészettől 1986. augusztus 14-én vonult végleg nyugdíjba. A búcsúünnepség az USS Constitution fregatt fedélzetén volt. Hopper megkapta a Defense Distinguished Service Medal kitüntetést, ami az Amerikai Egyesült Államok legmagasabb nem harctéri érdemeket elismerő tengerészeti kitüntetése. A végleges nyugdíjba vonulásakor ő volt a haditengerészet legidősebb aktív szolgálatban levő tisztje (79 év 8 hónap és 5 nap). Az ünnepség helyszínéül szolgáló USS Constitution pedig az Amerikai Egyesült Államok Haditengerészetének legidősebb hajója (akkor 188 éves 9 hónapos és 23 napos).

Tanácsadóként tovább dolgozott a Digital Equipment Corporation vállalatnál egészen 85 éves korában 1992-ben bekövetkezett haláláig. Katonai tiszteletadással temették el az Arlingtoni Nemzeti Temetőben.

7.10. Julia Bowman Robinson (1919.12.08.-1985.07.30.)

Életrajz

Anyja 1922-ben bekövetkezett halála után (ekkor 2 éves volt) őt és nővérét, Constance-t az apja a nagymamához küldta az arizonai sivatag közepébe. Az apa újra megnősült, feladta a gépgyárát, jelentős pénzét befektette és Kaliforniába költözött, mivel a jelenlegi felesége szerette volna, ha a lányok rendes iskolába járnak.

Kilenc éves korában a skarlát és más betegségei miatt egy évig ágyban kellett maradnia. A kór egyik egyik következménye reumás láz lett, ami hónapokra ágyhoz kötötte és két évvel később folytathatta az iskolát. Ez okozta azt a szívbetegséget, amely felnőtt korában komoly szerepet játszott. Julia szíve egész életében gyenge volt. Amikor felépült,a szülők egy tanítót fogadtak, hogy segítsen bepótolni a lemaradást. Hatalmas tempót diktálva egy év alatt átvette négy év tananyagát.

IQ teszten elért eredménye kissé alacsonyabbnak bizonyult az átlagnál (98), szerinte azért, mert lassan olvasott, és nem szokott teszteket csinálni. Ebben az időben kezdett érdeklődni a matematika iránt. Tanítója megmutatta neki, hogy a $\sqrt{2}$ tizedes része véletlenszerű, és az irracionális számokra jellemző módon viselkedik. Ezt Julia nagyon érdekesnek találta és a nap folyamán egymás után számolta ki a tizedes jegyeket. Ettől kezdve a számok a barátai lettek. Ő volt az egyetlen lány, aki a matematika-fizika irányt választotta, és az év végén komoly elismerést kapott. Az érettségi alkalmából a szüleitől (akkoriban egy kivételes ajándékkal) egy logarlécet kapott, melynek a *„Slippy”* csuszka nevet adta.

Az elképzelése az volt, hogy matematika tanárként fog dolgozni. Néhány évet töltött a San Diego Állami Kollégiumban.

Az 1929-ben kitört világgazdasági válságnak nagy hatása volt családjára. Szülei megtakarított vagyona eltünt. Apja nagyon gondterhelt és depressziós lett, végül az öngyilkosságba menekült. Szerencsére egy nagynéninek köszönhetően a család talpon maradt, így folytathatta a tanulmányait. A nővére pénzügyi támogatásával 1939-ben a Berkeley Egyetemre került, ahol alap- és posztgraduális tanulmányait befejezte. Boldognak írta le a Berkeley-n töltött éveket. Itt a magasfokú matematika szépsége és tanára Raphael M. Robinson igéző szavai hatottak rá. Ráébredt, hogy ő egy matematikai hattyú a kacsák között.

1941-ben feleségül ment a Berkeley matematikatanárához. De abban az időben egy rendelet, amely megtiltotta, hogy ugyanazon család tagjai ugyanazon a részlegen dolgozzanak, Julia Robinson sokáig a statisztikai laboratóriumban maradt.

Julia és Raphael családot szerettek volna alapítani, ezért az anyaszerep érdekében kissé visszavonult a matematikától. Teherbe esett, de sajnos elveszítette a babát. Az orvosa hegeket fedezett fel Julia szívbillentyűin, és komolyan figyelmeztette a férjet a terhességgel járó veszélyre. Julia mostohaanyjának azt is elmondta, hogy csoda lenne, ha megérné a negyvenedik születésnapját. Az egyedüli megoldás a gyermektelen család volt.

Férje biztatására1946-ban doktori címet szerzett Alfred Tarski vezetése alatt. A témája a racionális testelméleten belüli eldönthetetlen kérdésekkel foglalkozott. *(A definiálhatóság és eldönthetőség problémája az aritmetikában.)*

Két nagyobb írásától eltekintve Julia az összes matematikai energiáját Hilbert 10. problémájának és az eldönthetőség problémájának szentelte. Az egyik cikke: „*Jegyzet az egzakt szekvenciális analizísről”* Ezt a Neymannal való együttműködése idején írta. A másikat 1951-ben, a RAND Corporationnal való rövid kapcsolata után adta ki. Ebben megoldotta a játékelméletből ismert Nash-egyensúly problémáját. A címe: *„Iteratív módszer egy játék megoldására”*

A diofantoszi egyenleteket Tarski mutatta be neki. Aztán úgy döntött, hogy megoldja Hilbert tizedik problémáját.

A 10. probléma: diofantoszi egyenletek megoldhatósága. Diofantoszi egyenletnek nevezzük az olyan sokismeretlenes egész együtthatós polinom-egyenleteket, amelyeknek pozitív egész megoldásait keressük. Például:

$$x^2 - 5y^2 = 1, \qquad 6x^3y^2z - 4xyz + 3y^2 - 2x + 2 = 0, \qquad xy = z^2$$

jellegzetes diofantoszi egyenletek, azonban $x^n + y^n = z^n$ nem az, ha az ismeretlenek *x*, *y*, *z* és *n* (mivel itt az *n* ismeretlen a kitevőben szerepel), de minden egyes konkrét rögzített *n*-re az, vagyis:

$$x^2 + y^2 = z^2, \qquad x^3 + y^3 = z^3, \qquad x^4 + y^4 = z^4, \cdots \qquad (1)$$

mindegyike diofantoszi egyenlet. Mint már említettük, a megoldásokat a pozitív egész számok között keressük. Például az előző sorban az első egyenlet egy megoldása:

$$x = 3, y = 4, z = 5$$

és lényegében minden megoldás megkapható:

$$x = q^2 - p^2, \qquad y = 2pq, \qquad \text{és } z = q^2 + p^2$$

alakban, ahol *p* és *q* egész számok.

Ezzel ellentétben a második és harmadik egyenletnek nincs megoldása, és a híres nagy Fermat-sejtés pontosan az volt, hogy az első egyenlet kivételével a (1) egyenleteknek nincs megoldása az egész számok körében (ezt 1995-ben igazolta Andrew *Wiles* amerikai matematikus Richard Taylor segítségével).

Hilbert 10. problémája a következő: Adjunk eljárást annak felismerésére, hogy egy adott diofantoszi egyenletnek van-e megoldása. Ez mai szóhasználattal úgy fogalmazható, hogy írjunk olyan számítógépes programot, hogy a gépnek megadva egy tetszõleges diofantoszi egyenlet együtthatóit, az véges sok lépésben eldönti, hogy az adott egyenletnek van-e megoldása a pozitív egész számok között, vagy nincs. Az eljárásnak minden egyenletrõl el kell tudni döntenie azt, hogy az megoldható-e. Gondoljuk meg, hogy egy ilyen eljárás mennyire hatékony lenne.

Már beszéltünk az (1) egyenletek megoldhatatlanságáról. Wiles előtt több ezerrõl igazolták, hogy az adott egyenlet megoldhatatlan (például az $x^3+y^3 = z^3$, ill. az $x^4+y^4 = z^4$ egyeneltekre *Leonhard Euler*, minden idők egyik legkiválóbb svájci származású matematikusa igazolta a megoldhatatlanságot), azonban ezek bizonyítása szinte minden n-re más-más gondolatot követelt. Mármost a Hilbert által kért eljárás minden egyes egyenletrõl megmutatta volna, hogy annak nincs megoldása, azaz sok-sok tételt helyettesített volna.

A 10. probléma megoldhatatlan: ilyen eljárás (program) megadása lehetetlen. Ezt *Jurij Matijasevics* orosz matematikus igazolta 1969-ben (22 éves korában). A bizonyítás érdekessége, hogy Julia *Robinson* és Martin *Davis* munkái alapján már az ötvenes évek elején ismert volt, hogy a 10. probléma megoldása lehetetlen, feltéve, hogy létezik egy bizonyos tulajdonságú sorozat. Matijasevics azt mutatta meg (és ez persze messze nem volt egyszerû), hogy a sokat használt, és közel 700 éves Fibonacci-sorozat rendelkezik az adott tulajdonsággal.

1961-ben (a 40-es évei elején) az orvosi előrejelzések igazolódni látszódtak. Bizonyossá vált, hogy a szívét meg kell műteni. Ekkorra a szívsebészet olyan szintre ért, hogy a beavatkozás sikeres volt. Azonban a szíve olyan gyenge maradt, hogy kerülnie kellett a nagyobb megterhelést. Ennek egyik következménye az volt, hogy amikor 1976-ban kinevezték Berkeleyben tanszékvezetőnek, el kellett fogadnia, hogy csak negyed annyi órát tarthatott, mint az előírás volt.

A műtét után a kerékpározást ajánlották neki az orvosok. Ez nagyon megtetszett neki, és egymás után vásárolta a különböző modelleket. Egyszer a férje így panaszkodott: *„Mások feleségei bundákat és gyémánt karkötőket vásárolnak, az enyém bicikliket vesz!”*

Robinson 1975-ben az első nő, akit megválasztottak a Nemzeti Tudományos Akadémia matematikai részlegébe. Ezen kívül ő volt az Amerikai Matematikai Társaság első női elnöke (1978), de ezt nem akarta megemlíteni életrajzában. Egy amerikai matematikus számára ez jelenti egy életmű csúcsát! Ez sok kötelezettséggel, de kevés anyagi juttatással jár. 1983-ban 60 000 dolláros MacArthur Alapítvány ösztöndíjban részesült.

1984-ben leukémiát diagnosztizáltak nála. A tünetek a kezelésnek köszönhetően egy időre enyhültek, ennek ellenére 1985-ben meghalt 65 évesen Oaklandban (Kalifornia).

Miután elkezdett a Hilbert 10. problémával foglalkozni, minden születésnapján-mikor elfújta a gyertyákat- azt kívánta, addig ne haljon meg, amig nem látta a tizedik probléma megoldását. Nem érdekelte, hogy a megoldás pozitív vagy negatív, vagy ki oldotta meg.

Mint az Amerikai Matematikai Társaság elnöke, lehetősége volt, hogy személyesen találkozzon Calgaryban *Jurij Matijasevics* orosz matematikussal, aki befejezte a probléma bizonyítását. Egy Szovjetunióbeli látogatása során *Jurij Linnyik* (1915-1972) kiváló matematikus elmondta Juliának, hogy ő a második leghíresebb „Robinson" a Szovjetunióban. Több levelet is váltott *Matijaseviccsel*, és számos közös cikket is írtak.

Egyik kevésbé ismert oldala: politikus. Távoli rokoni kapcsolat fűzi Adlai Stevensonhoz, férje unokatestvéréhez. 1950-ben belépett a politikai küzdőtérre, hogy támogassa Stevenson elnökjelöltségét. Azonban Eisenhower legyőzte a választásokon, így visszatért a matematikához.

Julia Robinson mindig hansúlyozta a tudáshoz való hozzáférés és a lehetőségek szabadságát férfiak és nők számára egyaránt.

Nővére matematikusok életrajzírójaként szerzett hírnevet magának. A Hilbertről szóló könyvét modellként tekintik az életrajzírók. A Julia életrajzát is ő írta meg.

További néhány hölgy a matematika világából

(A lista közel sem teljes!)

Kérem, hogy keressenek további hölgyeket a matematika történetében!

Elena Lucrézia Cornaro Piscopia (1646.06.05.-1684.07.26.)

Gabriella Emilie Le Tonnelier de Breteuil (1706.12.17.-1749.09.10.)

Caroline Herschel (1750.03.16.-1848.01.09.)

Florence Nightingale (1820.05.12.-1910.08.13.)

Elizabeth R. Bennett (1880.10.09.-1972.10.15.)

Hilda Phoebe Hudson (1881.06.11.-1965.11.26.)

Péter Rózsa (1905.02.17.-1977.02.16.)

Ruth Moufang (1905.01.10.-1977.11.26.)

Kay McNulty (1921.02.12.-2006.04.20.)

Olga Ladizsenszkaja (1922.03.07.-2004.01.12.)

Máriám Mirzáháni (1977.05.03.-2017.07.15.)

Bármelyik matematikusnőt választottam volna bemutatásra, mindegyikük esetében azt tapasztalnánk, hogy eredményeik eléréséhez nem csupán tehetségükre és kitartó munkájukra volt szükségük. Nem ülhettek le egyszerűen az íróasztalukhoz nyugodtan dolgozni, hanem meg kellett küzdeniük a társadalmi előítéletekkel. Harcoltak azért, hogy tanulhassanak, így szinte megduplázott energiákkal voltak csak képesek megállni helyüket férfi kortársaik mellett. S bár eredményeik igazán figyelemre méltóak, az őket illető megbecsülést életükben csak ritkán kapták meg.

8. Magyar matematikusok

A magyar államalapítás utáni századokban Magyarország politikai téren egyes időszakokban egyenrangú vagy csaknem egyenrangú szerepet játszott Európa vezető államaival. Hasonló volt a helyzet a kultúra művészeti ágaiban. A kultúra tudományos ágaiban azonban már nem volt ilyen élenjáró hazánk. Egyes királyaink (I. Lajos, Zsigmond, Mátyás) egyetemalapítási kísérletei csak néhány évig vagy évtizedig voltak életképesek, így az akkori értelmiség kénytelen volt külföldi egyetemeken tanulni. Ha hazatértek, akkor sem találtak megfelelő működési területet.

Európában a természettudományok és a matematika fellendülésének időszaka a 16-18. században volt. Ennek a kornak a végére jutott csak egy magyar származású tudós, aki nem volt első osztályú matematikus, de néhány eredményt ebben a tudományágban is elért.

Segner János András (1704-1777) Pozsonyban született. Iskoláit ott, majd Győrben, és a németországi Jénában végezte. Orvos lett, de sok másra is jutott ideje. Bizonyítást adott egy olyan tételre, amelyet nagyjából 100 évvel korábban Descartes fedezett fel, de nem bizonyította.

Az igazi fordulatot a magyarországi matematika történetében a Bolyaiak jelentették a 19. században.

A 20. században már nagyon sok magyar matematikus elérte a világszinvonalat, sőt a matematika több területén is meghatározóak voltak.

A sok neves magyar matematikus közül most ismerkedjünk meg hárommal.

8.1. Bolyai János (1802.12.15.-1860.01.27.)

Bolyai János (Kolozsvár, 1802. december 15. – Marosvásárhely, 1860. január 27.) magyar matematikus és hadmérnök. Bolyai Farkas fia és egyben tanítványa. A magyar tudomány egyik legnagyobb alakja, az egyik leghíresebb magyar matematikus, a „geometria Kopernikusza", „az erdélyi tudományosság legkiemelkedőbb képviselője".

Valóságos csodagyerek volt, mégsem tanulhatott Göttingenben, helyette a bécsi katonai akadémiára került és ott kitűnő eredménnyel hadmérnökként végzett. 1831-ben megjelent *Appendix* című művével megalkotta a nemeuklideszi geometriát, amely nélkülözhetetlen alapot jelentett a 20. századi fizika elméletei számára. Ő maga is szorgalmazta egy nemeuklideszi alapokra helyezett mechanika kidolgozását, azaz „majdnem egy évszázaddal Albert Einstein előtt megfogalmazta Einstein gravitációértelmezésének a célkitűzését". A komplex számok, a számelmélet, illetve az algebrai egyenletek témakörében folytatott kutatásai kéziratban maradtak. Azonban mai szemmel nézve is igen figyelemre méltóak. Szintén elismerést érdemelhet zeneelméleti és filozófiai munkássága, továbbá hadmérnökként többek közt részt vett a temesvári erőd korszerűsítésének tervezési munkálataiban is.

Családi háttere és életútja

Emléktábla a szülőház falán:
"Az 1802. év 12. havának 15. napján, itt született Bolyai **Bolyai János**, a magyar Euklides, Bolyai Bolyai Farkasnak, a Tentamen mély gondolkozású szerzőjének fia. Minek az emlékezetére száz év multán a Ferencz József Tudományegyetem mathematikai és természettudományi kara állítá e követ."

Bolyai János szülőháza Kolozsvárott

Apai nagyszülei, Bolyai Gáspár és pávai Vajna Krisztina révén magyar-székely, anyai nagyszülei, árkosi Benkő József és Bachmann Júlia által magyar-szász származású. Kolozsváron született, ahol szülőháza ma is látható, pár lépésre a város főterétől. Szülei Bolyai Farkas matematikus és író, illetve Benkő Zsuzsanna első gyermekeként született, egyetlen húga kisgyermek korában meghalt.

Már gyermekkorában jelét adta nem mindennapi képességeinek. Hétévesen németül és hegedülni kezdett tanulni. Eleinte apja, majd a marosvásárhelyi kollégium felső osztályos diákjai tanították. 1814-ben, azaz tizenkét évesen íratták be a kollégiumba, ahol rögtön a negyedik osztályba került, és 1817-ben évfolyamelsőként tette le a záróvizsgát.

Bolyai Farkasnak az volt az elképzelése, hogy fiát a göttingeni egyetemre küldi, ahol ő maga is tanult, és ehhez barátja, az akkor már világhírű Gauss segítségét kérte. Mivel Gauss a levélre nem válaszolt, Bolyai János 1818-ban a bécsi hadmérnöki akadémiára felvételizett. Taníttatásának költségeit báró Kemény Miklós vállalta, utóbb báró Kendeffy Ádám is hozzájárult.

A választott intézményt illetően elég hamar csalódnia kellett: matematikát csak az első két évben tanultak, és számtalan olyan kötelezettségnek kellett eleget tennie, amelyek untatták. Ebben az időben kezdte el a párhuzamosok tanulmányozását. A matematika mellett a másik kedves időtöltése a zene volt. Az akadémiát 1822 szeptemberében kiváló eredménnyel fejezte be, ezt követően mérnökkari tisztjelöltként még egy évig a katonai építészmérnökök szaktantárgyait tanulta. 1823-ban alhadnagyi rangban a temesvári erődítési igazgatóságra küldték.

Innen matematikai felfedezéseivel kapcsolatban azt írta édesapjának, hogy: *„Semmiből egy ujj más világot teremtettem."* 1826 áprilisától az aradi erődítési igazgatóságon dolgozott, ahol 1827-ben főhadnaggyá léptették elő. 1828 elején betegségét követően Marosvásárhelyre utazott lábadozni, de 1828 második felében is sokat szenvedett a maláriától. 1828-ban Nagyváradon, 1829-ben Szegeden végzett katonai felméréseket. 1831 májusától Lembergben, a galíciai főhad-parancsnokság lembergi kerületi műszaki és erődítési igazgatóság mérnöktisztjeként szolgált másodosztályú kapitányi rangban. 1832-ben Olmützbe helyezték. Útban szolgálati helye felé balesetet szenvedett, amelynek következtében több mint egy hónapig agyrázkódással ápolták.

1833-ban betegsége miatt nyugdíjazását kérte, amit a „kilátással a későbbi visszahelyezésre" megjegyzéssel kapott meg. Ekkor visszatért Marosvásárhelyre, ahol özvegy édesapjával lakott, közös háztartásban. 1834-ben kiköltözött a család domáldi birtokára, ahol gazdálkodással foglalkozott, emellett újból nekilátott a matematikai kutatásoknak.

Gazdasszonya a kurtanemesi családból származó kibédi Orbán Rozália volt, aki két gyermeket is szült neki: Dénest (1837–1913) és Amáliát (1840–1893). 1845-ben Bolyai Farkas másnak adta bérbe a családi birtokot, mivel úgy találta, hogy fia elhanyagolja a gazdaságot, így 1846 elején János visszaköltözött Marosvásárhelyre. Ezzel a lépéssel anyagilag elég rossz helyzetbe került, mivel a nyugdíja alacsony volt.

1848-ban a magyar hadügyminisztérium felhívást tett közzé a szolgálaton kívüli és nyugalomba helyezett katonatisztek számára, hogy lépjenek be a honvédségbe. Az erdélyi közvélemény is azt várta Bolyaitól, hogy katonai feladatot vállaljon. Bolyai, noha azonosult a forradalom törekvéseivel, betegsége miatt nem vállalta a hadi szolgálatot.

1849 májusában házasságot kötött élettársával, Orbán Rozáliával. Ezt előzőleg a katonatisztek számára előírt kaució hiánya miatt nem tudta megtenni.

Júniusban levelet írt Kossuth Lajosnak, amelyben felajánlotta szolgálatait a kormánynak, amelytől azt várta, hogy az ország jóléte érdekében megvalósítja az ő elképzeléseit. A beadvány további sorsa nem ismert, elképzelhető, hogy Bolyai végül is nem küldte el.

1852-ben elvált feleségétől és egy bérelt szobába költözött. 1860 januárjában tüdőgyulladást és agyhártyagyulladást kapott, de azt megelőzően is hosszasan betegeskedett. 1860. január 27-én halt meg.

Két nap múlva a katonai egyenruhájában, de jeltelen sírba temették el. A marosvásárhelyi református egyház halotti anyakönyvébe ezt írták: *„Bolyai János, nyugalm. Ingenieur Kapitány – meghalt agy- és tüdőgyulladásban. – Híres, nagy elméjű matematikus volt, az elsők között is első. Kár, hogy nagy talentuma használatlanul ásatott el.”*

Hagyatéka – Bolyai Farkaséval együtt – nagyrészt a marosvásárhelyi Teleki–Bolyai Könyvtárban, valamint a Magyar Tudományos Akadémia Könyvtár és Információs Központ Kézirattárának külön gyűjteményei között, mint önálló Bolyai-gyűjtemény található.

Munkássága

Matematika

„A feltételem már áll, hogy mihelyt rendbe szedem, elkészítem, s mód lesz, a parallelákról egy munkát adok ki. Ebbe a pillanatba nincs kitalálva, de az az út, melyen mentem, csaknem bizonyoson ígérte a cél elérésit, ha az egyébiránt lehetséges. Nincs meg, de olyan fenséges dolgokat hoztam ki, hogy magam is elbámultam, s örökös kár volna elveszni. Ha meglátja Édes Apám, megesmeri. Most többet nem szóllhatok, csak annyit, hogy semmiből egy újj más világot teremtettem. Mindaz, valamit eddig küldöttem, csak kártyaház a toronyhoz képest”
Bolyai János levele Bolyai Farkashoz, 1823. november 3.

1820 és 1823 között dolgozta ki és írta meg korszakalkotó felfedezését: a nemeuklideszi geometriát, amelyet abszolút, illetve hiperbolikus geometriának neveztek neves kortársai.

1826-ban katonai parancsnokának, Johann Wolter von Eckwehr századosnak átadott egy német nyelvű kéziratot, amely nemeuklideszi geometriai vizsgálatainak összefoglalását tartalmazta, azonban ennek a kéziratnak nyoma veszett. Tudományos felfedezése végül 1832-ben *Appendix* címen apja *Tentamen*je első kötetének függelékeként jelent meg, melyet francia és német nyelvre fordították le.

A szakirodalom Bolyai–Lobacsevszkij-féle geometriának nevezi a párhuzamossági axióma tagadásán alapuló geometriákat. Az orosz Nyikolaj Ivanovics Lobacsevszkij ugyanis Bolyaitól függetlenül jutott ugyanerre a felfedezésre. A sokáig folytatott elsőbbségi vita azonban nem dönthető el, mert Bolyai a hiperbolikus geometriánál általánosabb abszolút geometriai vizsgálatokat is folytatott, míg Lobacsevszkij – némileg előbb ugyan, mint Bolyai – pusztán hiperbolikus geometriával foglalkozott. Míg Lobacsevszkij a párhuzamossági axióma tagadásán alapuló geometriai rendszert épített fel, Bolyai olyan tételeket keresett, amelyek az axióma igaz vagy hamis voltától függetlenül bizonyíthatók. Ilyen például a gömbi trigonometria is. Ehhez újraértelmezte a párhuzamosságot, majd bemutatta a hiperbolikus sík különféle nevezetes alakzatait. A két geometriát együtt tárgyalta, és párhuzamot vont a gömbi geometriával is. Az 1860-as és 1870-es években Arthur Cayley és Felix Klein kimutatta az alapvető összefüggéseket az euklideszi, a nemeuklideszi és a projektív geometria között, megadva ezzel Bolyai és Lobacsevszkij elméletének a teljes elismerést.

Az *Appendix* egyik oldala

1831-ben Bolyai Farkas fia kérésére elküldte Gaussnak az *Appendix*ben leírt nagy felfedezést, de a levél – talán a kolerajárvány miatt – elkallódott, így csak a következő, 1832-es levél jutott el a címzetthez. Gauss nagyon szűkszavú volt a dicsérettel.

A legfájóbb az volt, hogy a levelében a következőt írta: Ha megdicsérné Bolyait, akkor önmagát dicsérné, mivel ő is erre a felismerésre jutott, de nem volt bátorsága azt papírra vetni. Gaussban valóban felmerült a nemeuklideszi geometria gondolata, ezt a hagyatékában talált iratok, illetve levelei bizonyítják, azonban külön megkérte a címzetteket, hogy elgondolásait tartsák titokban.

Korának matematikai színvonalához képest hiányos képzettséggel bírt, sok eredménye mások munkáinak újra-felfedezése. Emellett a tudományos segédeszközei is hiányosak voltak. Nem jutottak el hozzá korának matematikai folyóiratai, egyes érdekesebb eredményekről apjától, vagy az első magyar nyelvű közkönyvtárból, a marosvásárhelyi Tékából értesült. Emellett mindkét Bolyai gyűjtötte a matematikai könyveket, és az évtizedek alatt gazdag és jelentős könyvtárat gyűjtöttek össze. Mindezzel János nem volt megelégedve, szerette volna tovább képezni magát.

Bolyai János 1850-ben elkezdte egy axiómákra alapozott geometriai rendszer kidolgozását, de a *Raumlehre (Tértan)* című német nyelvű kézirat befejezetlen maradt. Ebben Bolyai a fél évszázaddal később megszülető topológia alapjait rakta le. Továbbá foglalkozott az egyszerű mértani alakzatokkal, a ponttal, egyenessel, az abszolút síkkal, szerkesztésekkel, szögekkel és sokszögekkel. A műhöz készült jegyzetek más kérdésekkel is foglalkoznak.

A komplex számokról írott műve, a *Responsio* (1837) a lipcsei Jablonowszky Társaság pályázatára készült, amelyre (a szintén pályázó) Bolyai Farkas hívta fel figyelmét, aki pályázatában a *Tentamen*ben írottakat ismételte meg. A pályázat a képzetes mennyiségek szerkesztéséről szólt, de János inkább az értelmezésükkel, geometriai szerepükkel és más hasonló mély problémával foglalkozott. Az általa *„elegy nyi”* vagy *„elegyes szám”* névvel illetett komplex számokat, a kortárs Hamiltonhoz hasonlóan rendezett valós számpárként fogta fel. A komplex számok mértani alkalmazását illetően visszautalt az *Appendix*ben kifejtett geometriájára, amelyet a bírálók nem ismertek. Nem értették a jelöléseket sem. Az elmélet szokatlansága és a pályázat vázlatos kidolgozása miatt a bírálók nem értékelték a művet érdemének megfelelően. Bolyait lesújtotta ugyan a sikertelenség, és visszakérte a dolgozatot, ennek ellenére tovább foglalkozott a komplex számokkal. Az volt a célja, hogy a számelmélet egyes fogalmait és tételeit a komplex számokra is kiterjessze. Foglalkozott többek között a komplex számok kongruenciájával is.

Számelméleti kutatásainak legfontosabb eredménye, hogy a kis Fermat-tétel bizonyításával próbálkozva, rátalált az első álprímszámra (341). Ez volt a példa, amely a tétel fordítottjának hamisságát igazolta. További ellenpéldákat keresve, megalkotta azt a módszert, amelyet ma Jeans tétele néven ismernek. Új bizonyítást keresett Fermat karácsonyi tételére. Hármat is talált, mindegyik egyszerűbb volt, mint Euleré. Számelméleti jegyzetei főként idősebb korában, az 1850-es években készültek.

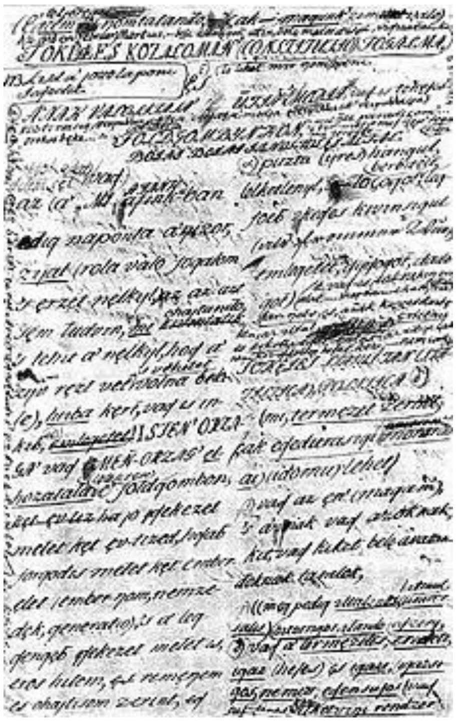
Noha Bolyai elsősorban a geometria terén kifejtett munkássága miatt híres, sokat foglalkozott az algebrai egyenletek elméletével is. Már fiatal katonatisztként írt leveleiben a harmadfokú egyenletek megoldásának módszereiről. A négynél magasabb fokú egyenletek megoldásán évekig dolgozott, mivel a tudományos élettől távol, vidéki elszigeteltségében Abel és Galois munkái nem jutottak tudomására. Két töredékes kéziratában ő is arra az eredményre jutott, hogy a négynél magasabb fokú általános algebrai egyenleteknek nincs megoldóképlete. A megoldás lehetetlenségére két bizonyítást is talált.

Életében csak az *Appendix* jelent meg nyomtatásban, bár a többi művét is kiadásra szánta. Ehhez azonban szépen le akart mindent tisztázni. A szép, helyes és pontos megfogalmazás igénye miatt még tudományos eredményeit is csak nagy sokára tudta a nyilvánosság elé tárni. Tervezte, hogy cikkeket küld a *Journal der Mathematik und Physik* és az *Archiv der Mathematik und Physik* lapokba, de ebben halála megakadályozta.

Feljegyzéseit még ma is kutatják. Jegyzetei, levelei tele vannak kívülállók által nehezen érthető szavakkal és jelölésekkel. Ez különösen a képletek megértését nehezíti meg. Saját írásmódot dolgozott ki, és ezzel jegyzetelt három nyelven: magyarul, latinul és németül. Apjához írott leveleiben a matematika keveredik a többi, sokszor köznapi témával. Halála után a kéziratokat a hadsereg lefoglalta, és csak később került a Magyar Tudományos Akadémia birtokába. Nagy részük elveszett. Volt, amit Bolyai Gergely égetett el.

Az Akadémia nem talált kiadásra általuk méltónak ítélt anyagot, és 25 év után visszaadta az örökösöknek. Paul Stäckel is megvizsgálta a jegyzeteket, és kimutatta, hogy igenis lenne mit kiadni belőle. Körülnézett Marosvásárhelyen is adatgyűjtés céljából. Sokat tett Bolyai János munkásságának megismertetéséért, de másokat lebeszélt a jegyzetek tanulmányozásáról, mivel nagyon nehéz megfejteni őket.

Filozófia



Bolyai János kézirata: a tökéletes közállomány (constitutio) fogalma

Együtt tárgyalta az általa felfedezett hiperbolikus geometriát az euklideszi geometriával, hogy ezzel bemutassa az ellentétek természetes egységét. Elgondolkodott azon, hogy ha többféle geometria lehetséges, akkor vajon melyik írja le jobban a fizikai teret. Erre a kérdésre a fizika módszerei, a kísérletezés, megfigyelés és elméleti modellek adhatnak választ. A tudománynak a valóság megismerésére kell törekednie, és meg kell találnia a középutat a folytonos kétkedés és az idealizmus között. Fontosnak tartotta a népnevelést is, és megemlékezett az 1848–49-es forradalom és szabadságharc hőseiről.

Az anyagnak alakja van, és érzékelni és gondolkodni is képes. Csak az anyag tud mozogni, ami nem anyag, az mozdulatlan. Ismereteinket főként érzékelés útján szerezzük. Az anyagot a mozgással együtt nem teremtették, hanem öröktől fogva van. A világ él, minden pont változik, a változás az mozgás. Ami nem anyagból van, az változatlan és örök. Isten azonos a világegyetem harmóniájával, és mint ilyen, tökéletes. Azonban nem személytelen, hanem például akarata is van.

Az *Üdvtan* egy boldogabb társadalomról szóló elképzeléseit tartalmazza. Azon alapul, hogy az egyén csak boldog társadalomban lehet boldog. Ha ezt csak ésszel belátjuk, akkor a műben részletezett átalakításokhoz már nem is kell több ösztönzés. Ebben a rendszerben az iskolai képzés része lenne az euklideszi geometria mellett a hiperbolikus geometria is, és nem létezhetne szerelem. Az embereket név helyett számokkal neveznék meg, amelyek változhatnak is. A gyerekeket az öregek nevelnék. A fegyvereket elvennék a katonáktól, és vadászatra használnák. A pénzgazdálkodást megszüntetnék, újra bevezetnék a cserekereskedelmet. Szigorúan büntetnék a bűncselekményeket. Minden egészséges ember köteles lenne napi két órában földet művelni. Amíg a tan el nem terjed, addig minden mesternek tizenkét tanítványt kell beavatnia, akik a beavatás után tovább terjesztik a tant. Az uralkodókat mielőbb be kell vonni, hiszen nekik van hatalmuk arra, hogy bevezessék a műben részletezett rendszert.

A mű írása közben adódott nyelvi nehézségeit a magyar nyelv logikai nyelvvé alakításával akarta megoldani. A nehézségeken matematikai szigorral igyekezett úrrá lenni. Rendszerében a logikai nyelvvé alakított, pontos kifejezőerővel bíró magyar nyelv lenne a világnyelv, ami legyen szigorúan logikus, félreérthetetlen, áttekinthető, könnyen tanulható és matematikailag pontos. Mindezeket a követelményeket képletekbe foglalta. A nyelvhez készített betűtárat, gyökszótárat, és egyszerűsítő módszereket dolgozott ki.

Zene

Műkedvelő hangverseny Bolyai János fellépésével, 1843

Bolyai Farkas az 1830-astól az 1850-es évekig zenetanítással is foglalkozott. Második felesége, Nagy Terézia játszott hárfán és szépen énekelt, ez a házasság létrejöttét is segíthette. A Bolyaiak idején felpezsdült a társadalmi és a művészeti élet. János zenei ismereteit mindkét szülője támogatta.

János hétéves korától tanult hegedülni. Saját bevallása szerint azonban nem kapott rendszeres képzést, és sokkal többet tanult önképzéssel, mint a tanáraitól. 12 évesen egy marosvásárhelyi előadáson helyettesítette az első hegedűst. Gyakorlásra kevés ideje jutott, így inkább tehetségének tulajdonította, hogy zenészként is megállta a helyét. Marosvásárhelyen kamarazenélt, néha szórakoztató zenét is megszólaltatott. Nyugalmazása után többet foglalkozott elméleti kérdésekkel, mint a zenéléssel, ezért ekkor is ritkán vette elő a hegedűt. Tízévesen már kisebb műveket, adagiókat és allegrókat komponált. Nagy művészetkedvelő volt mind Marosvásárhelyen, mind Bécsben.

János a zeneelméletét *Üdvtan*ába illesztette bele, ahol a tudományokat és a művészeteket a tizenkettes számrendszer szerint sorolta be. A zene ezt a számrendszert támogatja, mivel 12 félhang (kis szekund) van egy oktávon belül. A művészetek között a zenét tette első helyre, mint olyan művészetet, amivel még a képzetlenek is megszólíthatók. A zene hatását kutatva sorra megvizsgálta a legfőbb hangszereket. A klarinétot, a hegedűt, a brácsát, a fuvolát és a zongorát. Minden hangszerrel szemben azonban az emberi énekhangot tartotta a legtermészetesebbnek.

A legtöbb figyelmet a hegedűnek szentelte, hiszen ez rejti magában a legnagyobb lehetőséget a zenész számára. Ennek a hangját lehet a legjobban hangolni, módosítani, olyan finom rezdülések kifejezésére is alkalmas, amire a többi hangszer képtelen. A zongorának a legnagyobb a hangterjedelme, és alkalmasabb az akkordokra, mint a hegedű. A klarinét egyszerűbben tanulható, és erőteljesebb a hangja, de nem játszható rajta minden hangnem egyformán. A hegedű kifejezőereje mellett azonban a legtechnikásabb is egyben, sokkal többet kell vele gyakorolni, mint a többi hangszerrel. Mindezek igazolják a hegedű helyét a zenekarban.

A hegedűművész kinevelésében tehetséges tanítványra, jó pedagógusra, rendszeres gyakorlásra és nem kevés elszántságra van szükség. Aki csak magának, vagy kisebb közönségnek zenél, annak is napi két órát kell szánnia a hegedűn való gyakorlásra.

Ennyi gyakorlással képessé válik a kamarazenélésre és a zongorakíséret melletti hegedülésre is. Kiemeli a kamarazenét és a kísérettel való zenélést, mert segít abban, hogy az ember megtanuljon együttműködni társaival. A művészeteket tudatformáló erejük, nevelő hatásuk miatt tartja fontosnak, de a termelő munkának ad elsőbbséget. Megjegyzi, hogy a művészet romboló hatású is lehet, hiszen elvonja az embereket a termeléstől, vagy feleslegesen felszítja az érzelmeket.

Foglalkozott a hangok jelölésével, hangjegyírással is. Több próbálkozása ismert. Az ötvonalas rendszert és a pótvonalak számát áttekinthetőséggel magyarázta. Az egyes oktávok megkülönböztetésében a jelzők helyett különféle szótagokkal egészítette ki a hangok nevét. Egy másik próbálkozásában megszámozta a hangokat. A ritmusértékek jelölésére apja jeleit kiegészítő algebrai jelrendszert alkalmazott, például a módosítójeleket is megváltoztatta. Mindezek együtt azonban egy nagyon bonyolult rendszert alkotnak, aminek bemutatására és tovább gondolására már nem vállalkozott.

Egy másik ötletében egyenjogúsította az oktáv tizenkét hangját, habár a temperálást elutasította, mint zavaros és ellentmondásos megoldást. Zeneművekkel érvelt a temperálás ellen, mivel ezeket eltorzítja, és megfosztja hangulatuktól. Még az egyenletes elosztás lenne a legkevésbé rossz, de ez természetellenes. Később azonban az egyenletes temperálást fogadta el, mint szükségmegoldást. Minden hangközt kellemesnek tartott, viszont mindegyikhez külön jelleget rendelt. Hasonlóan foglalkozott az akkordokkal is.

Az ütemet csak ütemváltáskor tartotta szükségesnek kiírni. A páratlan ütemet elméletében nehezebbnek tartotta, mint a párosat. A hangsúlyok érzékeltetését nem szabad eltúlozni, ez gyakori hiba a kezdőknél. Megemlítette a hangsúlyeltolódást és a kettes számrendszertől eltérő ritmusértékeket.

Műveinek magyar nyelvű kiadásai

- *A térnek absolut igaz tudománya, a mely független Euklides XI. axiomájától ; ezt követi a kör geometriai quadratutárja ez axioma helytelen voltának esetében*, fordította Rados Ignác, Budapest, MTA Mathematikai és Physikai Társulat, 1897
- *Appendix, a tér tudománya*, Akadémiai Kiadó, Budapest, 1977, ISBN 963-05-1512-1
- *Fogalmazványok a Tanhoz, illetőleg az Üdvtanhoz*, Ambrus Hedvig Mária, Deé Nagy Anikó és Vakarcs Szilárd közreműködésével szerkesztette és bevezetéssel ellátta Benkő Samu, Kolozsvár, Erdélyi Múzeum-Egyesület, 2003, ISBN 973-8231-27-2

Személyisége

„Jellememben két fő, uralkodó alapvonal volt egész életemben: az igazságnak (tanilag és erkölcsileg, vagy munkásan, tettel, praktice) és a némbereknek határtalan szeretete. Az első tiszta erény, a második részint csupa természet ugyan, de ebben sokszor a gyengeségig mentem.”
Bolyai János, 1845

A bécsi hadmérnöki akadémia archívumában fennmaradt iratok szerint már bekerülésének első évében kivívta tanárainak elismerését: képességeit „nagyon jó”, szorgalmát „jó” minősítésűnek értékelték. Ezt a minősítést az erős színvonalú osztályban mindvégig megőrizte, leszámítva a szépírást, és az emberi alak rajzolását, ahol csak közepes eredményeket ért el. Az utolsó tanévben azonban már dacos temperamentuma is megmutatkozott. Először csak a sorozatos kimaradozások miatt kapott házi őrizetet, utóbb viszont a napiparancs azért ítélte el, mert „játékot űz abból, hogy az összes létező előírással dacoljon, a kapott intések és figyelmeztetések mellőzésével.”

Katonai pályafutása alatt a Lembergben töltött időszakra vonatkozóan a *Conduite-Liste der Stabs- und Oberoffiziere pro anno militari 1831* nyújt adatokat. Eszerint bírta a német, magyar, latin, és valamelyest a francia nyelvet. „Úgy tűnik, kiváló képessége és hajlandósága van a felsőbb matematikához, amelyek inkább illenek egy professzorhoz, mint a tüzérségi szolgálathoz, ahol a nevezett teljesítménye gyenge, amihez talán hozzájárul folytonos betegeskedése is.”

Csendes, jóindulatú személyiségnek jellemzik, aki nem iszik, nem kártyázik, nem keveredik adósságokba, nem keresi a vitát, és egyaránt jól kijön a bajtársaival, az alárendeltjeivel és a civilekkel is. Az 1832-es olmützi jellemzés szerint már ért franciául és valamennyire olaszul is, viszont időközben ingerlékennyé és hirtelen haragúvá vált. Nagyjából ugyanezek a vonások tükröződnek a nyugdíjazása alkalmával keletkezett iratokban is. Lobbanékonyságával édesapjának is sok bánatot okozott.

Egyes életrajzok félelmetes párbajhősnek írják le. Idéznek egy esetet, amikor tizenhárom tiszttársával vívott egymás után párbajt, azzal az egy kikötéssel, hogy két menet között hegedülhessen egyet. Maga Bolyai önéletrajzában ezt írja: „több ízben volt kedvetlen összejövésem s kardra hivattam, mi mellett azonban szerencsésen elkerültem minden tetemes sértést. Én magam csakugyan (egy esetet még az akadémián, kadet koromban kivéve...) senkit ki nem hívtam."

Ellentétben a régebbi monográfiákkal és szépirodalmi művekkel, amelyek Bolyai Jánost magába zárkózott, emberkerülő, különcnek írják le, a fennmaradt családi visszaemlékezések tanúsága szerint család- és emberszerető, jó kedélyű társadalmi ember volt. Soha nem volt részeg, még spicces sem, a dohányzásról és a részegségről megvetéssel beszélt.

Bolyai emlékezete és kultúsza

„Nemcsak kis Erdélyünk, hanem az összes tudós világ, mely előtt egy rövid számtani művével honunknak fényt, dicsőséget szerzett, sokat vesztett kora halála által, mert nagybecsü kéziratait nem adhatá, elhatározott célja szerint, sajtó alá, s kérdés vajon sikerülend-e avatott kezeknek ugy rendbeszedni s világ elibe bocsátani, hogy magas értékök szerint méltó elismerést vivjanak ki. Mint nyelvész és hegedűművész is rendkívüli egyéniség volt."
Dózsa Dániel nekrológja a Kolozsvári Közlöny 1860. február 5-i számában

A két Bolyai sírja

Mivel Bolyai visszavonultan, a tudományos világtól távol élt és alkotott, életművének jelentőségét csak halála után ismerték el. Mellőzéséhez az is hozzájárult, hogy az akkori Magyar Tudós Társaság fő feladatának a magyar nyelv kiművelését tekintette, Bolyai ezzel szemben latin és német nyelven írt. Döbrentei Gábor 1833-ban így írt ezzel kapcsolatban Bolyai Farkasnak: „…fiadra a Kapitányra nézve is az a barátságos észrevételem van, hogy ha magyarul adja ki munkáját, lehet új helybeli tag is…"

Bolyai János temetésén, a katonai kiküldötteken kívül mindössze három vásárhelyi polgár volt jelen, sírja 34 éven át jelöletlen maradt, mígnem fölé a magyar Mathematikai és Physikai Társulat (Szily Kálmán javaslatára) 1894-ben egy emlékkövet állított.

Munkássága elismerése először az 1860-as években, külföldön következett be, a latin nyelven írt *Appendix*et előbb fordították le olaszra, franciára, angolra, mint magyarra. Az angol fordítást George Bruce Halsted texasi matematikaprofesszor készítette, aki 1896-ban utazást tett Erdélyben és Oroszországban, Bolyai és Lobacsevszkij nyomát keresve. A 19. század végén Paul Stäckel kezdett behatóan foglalkozni a Bolyaiak életével és munkásságával. 1913-ban jelent meg német nyelven két kötetes, 1914-ben *Bolyai Farkas és Bolyai János geometriai vizsgálatai* címmel magyar fordításban is kiadott könyve.

Bolyainak a 19–20. század fordulóján kialakuló kultusza hozzájárult a tudósok és a tudás társadalmi elismertségének növekedéséhez. Egy akkori lap így írt: „Ennek a Bolyainak Magyarország a külföldi megbecsülésében többet köszönhet, mint mondjuk egy egész raj politikusnak."

1902-ben a Magyar Tudományos Akadémia Bolyai-díjat alapított, de ezen kívül több másik díj is viseli a tudós nevét. A Holdon krátert neveztek el róla. Bolyai János születésének 100., 150., 175. és 200. évfordulóját konferenciákkal ünnepelték.

1957 óta Marosvásárhelyen, a Bolyai-téren szobor őrzi a két Bolyai emlékét. Ugyanitt áll a tudós születésének 200. évfordulójára készült Pszeudoszféra-szobor. Szobra áll továbbá a temesvári és a kolozsvári egyetem belső udvarán, emléktábla jelöli kolozsvári szülőházát, illetve életének marosvásárhelyi, bécsi, temesvári és lembergi színhelyeit.

A két Bolyai szobra Marosvásárhelyen

A marosvásárhelyi Pseudosphaera-szobor

Bolyai János mellszobra a Sapientia EMTE marosvásárhelyi karának Bolyai-parkjában (Berek Lajos műve)

Bolyai János szobra a kolozsvári egyetem Farkas utcai épületének belső udvarán (Vetró Artúr munkája)

Bolyai János mellszobra a budapesti katonai akadémián

Bolyai János emléktáblája, Olmütz, Csehország

Bolyai-arcképek

A tudománytörténet mai álláspontja szerint nem maradt fenn hitelesnek tekinthető kép Bolyai Jánosról. A dokumentumok tanúsága szerint két festmény készült róla, az egyik elkallódott, a másikat pedig saját maga semmisítette meg. Bolyai Gergely, János öccse 1867. április 20-án írt levelében a következőkről számol be Szabó Sámuelnek: *„Jánosnak a képe nincs meg, pedig mint főhadnagy nagyba, olajba le volt véve ganz parádéban, hanem az öreggel egykor veszekedve haragjában kardjával a rámából oly szépen kikanyarította, hogy annak csak rámája maradt”*.

Sokáig igényes lexikonok is az Adler Mór óbudai festőművész által festett képet közölték Bolyai arcképeként, és ez került az összes Bolyai Jánost ábrázoló postabélyegre is, azonban erről bebizonyosodott, hogy nem a matematikust ábrázolja. Ez a kép szerepel a Magyar Posta által 1960-ban kiadott bélyegen is.

Zsigmond Attila marosvásárhelyi festőművész hiteles leírásokat és „népi” mendemondákat kritikusan egybevetve, felhasználva Bolyai János fiáról készült képeket, és azt a hitelesnek tekinthető forrásokból vett értesülést, hogy Bolyai nagyon hasonlított Klapka György tábornokhoz, készített egy rekonstruált arcképet.

Weszely Tibor kérésére Márkos Ferenc megfestette Bolyai János arcképét: „2012 tavaszán átadtam neki Bolyai Farkas, Bolyai Farkasné Benkő Zsuzsanna, Klapka György, Bolyai Dénes és a kultúrpalotai dombormű fényképeit, valamint megemlítettem, hogy Bolyai János idővel szakállt és bajuszt viselt, haja sötétbarna, szeme pedig kék volt. Néhány hónap múlva elkészült a festmény…”

Adler Mór festménye

Márkos Ferenc festményén Bolyai rekonstruált portréja

Zsigmond Attila Bolyai-grafikája

Az *Appendix* egyik példányát, amely a marosvásárhelyi református kollégium nyomdájában készült és Bolyai János saját munkapéldánya volt, az UNESCO 2009-ben felvette „*A világ emlékezete*” program listára. A Schmidt Ferenc hagyatékából megvásárolt példány 1901 óta a Magyar Tudományos Akadémia Könyvtárának kézirattárában található.

Bolyairól elnevezett intézmények

Bolyai Jánosról számos oktatási intézményt neveztek el. Többek között Budapesten, Kecskeméten, Mosonmagyaróváron, Érden, Nagykanizsán, Ócsán, Salgótarjánban, Szerencsen, Szombathelyen, Tatabányán, Zentán, Aknaszlatinán. Névadója volt több magyar katonai tanintézetnek. 1939-ben vette fel a Bolyai János Műszaki Akadémia nevet a második világháború végéig a Hűvösvölgyben működő műszaki, híradó és folyamőr tisztképzés, a már megszüntetett Bolyai János Katonai Műszaki Főiskolának, valamint a Zrínyi Miklós Nemzetvédelmi Egyetemen működött Bolyai János Hadmérnöki Karnak. A hajdani kolozsvári Bolyai-egyetemet mindkét Bolyairól, apáról és fiáról nevezték el, de sokan úgy tartják, hogy a mai Babeş–Bolyai Tudományegyetem magyar névadója Bolyai János.

Bolyai János nevét viseli a szegedi egyetem Bolyai Intézete. A neves matematikusok és fizikusok által 1891-ben alapított Mathematikai és Fizikai Társulat 1947-ben történt kettéválása után a matematikai rész Bolyai János Matematikai Társulat néven működik tovább. Magyarországon és Erdélyben több alapítvány is viseli a Bolyai nevet, de ezek közül egyesek elnevezése és tevékenységi köre Bolyai Jánoson kívül Bolyai Farkashoz is köthető.

Alakja a szépirodalomban

„Új törvényekkel, túl a szűk egen,
új végtelent nyitottam én eszemnek;
király gyanánt, túl minden képzeten

kirabolván kincsét a képtelennek
nevetlek, mint Istennel osztozó,
vén Euklides, rab törvényhozó."

Babits Mihály: Bolyai

Bolyai Jánosról számtalan alkotás született a magyar irodalomban, mivel élete bővelkedett a drámai motívumokban: szegénység, betegség, apjához fűződő bonyolult viszonya, a tudományos nézetei miatti meg nem értettsége, Gauss elutasítása. Az első művek, Ady Endre *Csaba új népe* és Babits Mihály *Bolyai* című versei, 1911-ben keletkeztek, amikor Bolyai Jánosnak a földi maradványait atyja mellé helyezték. Ezzel páratlan kiterjedésű Bolyai-kultuszt indítottak el az erdélyi magyar kultúrában.

Több regény és dráma azonban nem annyira a korát megelőző tudóst, mint inkább a szoknyavadászt és párbajhőst választotta témául. Tabéry Géza *Szarvasbika* című, 1925-ben megjelent regénye (amelyet három Bolyai-novella előzött meg), jellegzetes példa Bolyai alakjának romantikus irányban való eltorzítására.

Vekerdi László szerint a regény, illetve életrajzírók a saját Bolyai-elképzelésükhöz válogattak a rendelkezésre álló bőséges anyagból. Így keletkezett Bedőházi „rosszfiúja", Szily „félőrült vadzsenije", Dávid Lajos „koravén csodagyereke" (*A két Bolyai élete és munkássága* – regényes életrajz, 1923).

Alexits „délceg forradalmára” és Tabéry „szarvasbikája”. Németh László tudománytörténészi alapossággal készült *A két Bolyai* (1961) című dráma megírására. Így mélységében tudta feltárni a Bolyaiak drámáját, de még így is azt nyilatkozta Benkő Samu *Bolyai János vallomása* című könyve megjelenését követően: „Ha ezt a könyvet ismerem, a darabot másképp írom meg, tán meg se írom. Olyan képet ad Bolyai János életéről, amellyel én nem versenyezhettem.”

Kocsis István monodrámája (*Bolyai János estéje,* 1972) a híres matematikusban az illúzióival leszámolt, magányos tudóst idézte fel, aki azonban még élete alkonyán is erkölcsi például tud szolgálni: „Az ember akkor ember, ha összes választási lehetőségei közül mindig a legnehezebbet választja.”

További szépirodalmi művek Bolyai Jánosról (a teljesség igénye nélkül):

- Emőd Tamás: *Bolyai* (vers, 1918)
- Migray József: *Bolyai titka* (vers, 1918)
- Tolnay Lajos: *Gradus ad Parnassum* (drámai költemény, 1923)
- Miklós Jenő: *A Bolyaiak*[96] (dráma, 1935)
- Barabás Gyula: *Domáldi jegenyék* (regény, 1936)
- Barabás Gyula: *Köd a Maroson* (regény, 1940)
- Székely János: *Bolyai hagyatéka* (szonettkoszorú, 1954)
- Aba Iván: *A vásárhelyi remete* (regény, 1955)
- Horváth Imre: *Számok szivárványán* (vers)
- Kiss Jenő: *A fiúhoz az apáért* (vers)
- Szilágyi Domokos: *Bolyai Vásárhelyütt* (vers)
- Szilágyi Domokos: *Két Ovidius* (vers)
- Saszet Géza: *Párhuzamosok* (vers)
- Szőcs Kálmán: *Bolyai* (vers)
- Száva István: *Apa és fia* (életrajzi regény, 1967)
- Pethő László: *Visszaszámolás* (vers, 1973)
- Mandics György és M. Veress Zsuzsanna: *Bolyai János jegyzeteiből* (verseskötet, 1979)
- Buksa Éva: *A matézis fáklyája* (színmű, 2000)
- Kocsis István: *A Tér* (drámai monológ, 2001)

8.2. Neumann János (1903.12.28.-1957.02.08.)

Neumann János 1903. december 28-án született Budapesten. Ma emléktábla áll a budapesti Bajcsy-Zsilinszky út 62. számú sarokházon, amely azt hirdeti, hogy ebben a házban született „a világhírű magyar tudós, a számítástechnika úttörője”. A Neumann János Számítógéptudományi Társaság helyezte el az emléktáblát 1987. február 8-án, Neumann halálának 30. évfordulóján. A Neumann-család valóban ott lakott (az akkori Váci körúton, majd Vilmos császár úton), de Neumann már a módosabb családok gyermekeihez hasonlóan kórházban született. A tábla elhelyezői is tudták ezt, de bocsánatos történelem-hamisításnak tarthatták. Neumann János nevét többféleképpen írták és írják ma is. Mi magyarok az előbbi formában szoktuk őt emlegetni, míg külföldön John von Neumann-ként ismerik. Első tudományos cikkein a Johann Neumann von Margitta, majd később Johann von Neumann szerepelt, de margittai Neumann János Lajos és ennek megfelelően John Louis von Neumann is előfordul a különböző névváltozatok között. A ’von’ szócska nemesi címre utal a nevében, habár nem volt született nemes.

Édesapja Neumann Miksa ipari és kereskedelmi ügyekkel foglalkozó ügyvéd, majd bankár volt. Sok korabeli gazdag családfőhöz hasonlóan I. Ferenc József magyar királytól kapta nemesi rangját 1913-ban. A Neumann család így vette fel a margittai előnevet, valószínűleg az édesanya Kann Margit nevéből adódóan. A családi címer közepén három margaréta van, minden bizonnyal a három fiúgyermeket jelképezve. Jánosnak két öccse volt, Neumann Mihály, aki 1907-ben született és később Chicagóban lett mérnök és Neumann Miklós Ágost, aki 1911-ben született és Philadelphiában lett jogász.

Mindhárom fiúnak volt egy-egy totemállata is, amelyek a család mai Eötvös út 15. szám alatti nyaralójának homlokzatán és az azóta eltűnt ólomüveg ablakán is rajta voltak: Jánosé a kakas, Mihályé a nyúl, Miklósé pedig a cica.

A családfő a biztos anyagi háttéren kívül egy művelt otthoni légkört is biztosított a gyerekek számára. A családi étkezések során édesapjuk gyakran beszámolt a fiúknak arról, hogy éppen mivel foglalkozik és annak milyen elméleti és gyakorlati vonatkozásai vannak. *„Például, ha valamilyen sajtóvállalkozásról volt szó, akkor betűtípus mintákat hozott haza, s a könyvnyomda gépezeteit tárgyaltuk. Ha textilvállalatról volt szó, például a Hungária Jacquard Textilszövő Gyárról, akkor a társalgás a Jacquard automatikus szövőszékének modernizálásához vezetett."* — emlékezett vissza később Neumann Miklós. A nyelvtanulás fontossága szintén korán a fiúkba ívódott, előfordult, hogy János és édesapja ógörögül viccelődtek egymással. Neumann később is szívesen idézett görög klasszikusokat fejből.

Neumann 1913-ban iratkozott be az ország – egyesek szerint a világ – akkori egyik legjobb középiskolájába a fasori Ágostai Hitvallású Evangélikus Főgimnáziumba. Az iskola olyan kiváló tanárainak köszönhetően, mint például Rátz László, aki a matematikát vagy Mikola Sándor, aki a fizikát tanította, számos diák került ki az iskolapadokból, akik később a világ különböző országaiban öregbítették a magyar tudomány és az oktatás hírnevét. Itt tanult Wigner Jenő Nobel-díjas fizikus, Kandó Kálmán a villamosvasút úttörője és a neves ökológus Balogh János is.

Neumann matematikai tehetségét korán felismerték. Hasonlóan sok neves matematikushoz ő is nagyon jól tudott már gyermekkorában fejben számolni. Jó matematikus azonban nem feltétlenül abból válik, aki helyesen és gyorsan tud különböző műveleteket fejben elvégezni. Sokkal inkább abból, aki intuíciójával képes a matematikai problémák lényégét megragadni és logikus gondolkodással azokat megoldani. Rátz tanár úr hamar észrevette, hogy Neumann-ban megvan ez a képesség és ennek még jobban való kibontakoztatása érdekében neves matematikusokhoz vitte a fiatal fiút. János így eljárt Kürschák József műegyetemi tanárhoz, megismerkedett Fekete Mihály és Szegő Gábor matematikusokkal. Az első cikkét Fekete Mihállyal közösen publikálta a komplex együtthatós polinomok gyökeinek elhelyezkedéséről 1922-ben.

A XIX. és XX. század fordulója olyan sok kiváló magyar tudóst és művészt adott a világnak, hogy a tudománytörténészek számára gyakran teszik fel a kérdést, hogy miben keresendő ennek az oka. Ha csak a matematikát és a természettudományokat is tekintjük, sokaknak eszükbe jut Bay Zoltán, Békésy György, Gábor Dénes, Hevesy György, Kármán Tódor, Lánczos Kornél, Pólya György, Szent-Györgyi Albert, Szilárd Leó, Teller Ede és Wigner Jenő neve, holott a sornak koránt sincs vége. Úgy beszélik, hogy amikor Szilárd Leót megkérdezték egyszer, hogy mi lehet az oka annak, hogy a század elején annyi zseni született Magyarországon, akkor Szilárd egy pillanatra meghökkent majd csodálkozva visszakérdezett: *„Hogyhogy annyi zseni? Zseni közöttünk csak egy volt: Neumann János!”*

A visszaemlékezések azt mutatják, hogy Neumann-t nem kellett a szó hagyományos értelmében tanítani, hanem sokkal inkább „öntörvényű tanulását” elősegíteni. Ez azt jelenti, hogy biztosítani kellett számára megfelelő könyveket és megfelelő embereket, akikkel beszélgethetett. A történelem iránti érdeklődése is korán jelentkezett. A gimnáziumban már nem volt problémája a történelemtanulással miután édesapja könyvtárából a 44 kötetes Wilhelm Oncken világtörténelmét végigolvasta. Később elsősorban a bizánci kultúra érdekelte (aminek mellesleg kiváló szakértője lett) és Jeanne d’Arc perét is sokat elemezte. Az ifjú Neumann-nal való kapcsolatára így emlékszik később vissza a matematikus Szegő Gábor:

„Naiv dolog lenne azt állítani, hogy én őt tanítottam. Neumann-nak erre nem volt szüksége. Ő az evangélikus gimnáziumba járt. Neumann az az ember volt, már fiatal diák korában is, akinek nem volt szüksége arra, hogy valamire megtanítsák. Egyszer Kürschák professzor a Műegyetemre behívott magához, és közölte velem, hogy van itt egy feltűnően tehetséges diák, akit mindenki nagyon bámul. Hajlandó lennék-e foglalkozni vele? Így történt, hogy hetenként egyszer-kétszer összejöttünk Neumann-nal, teáztunk, matematikáról beszélgettünk, hogy milyen problémák léteznek a halmazelméletben, integrálelméletben és más témakörökben. Neumann pillanatok alatt felfogta a dolgok jelentőségét, s egy hét múlva már kész, saját eredményekkel állt elő.”

Amikor 1921. június 9-én leérettségizett az ország legjobb matematikus diákjának számított. Margittai Neumann János Lajos 1921. szeptember 14-én iratkozott be Budapesten a tudományegyetem bölcsészkarára, ahol fő tárgyként matematikát, melléktárgyként pedig kísérleti fizikát és kémiát választott. Egyetemi leckekönyvéből láthatjuk, hogy Fejér Lipót analízis, Suták József geometria, Rados Gusztáv algebra előadásait is felvette. Fejér Lipót életében is, és ma is a leghíresebb magyar matematikusok közé tartozó Riesz Frigyessel együtt. Matematikusi diplomát nemcsak itthon, hanem külföldön sem kap, aki ne hallott volna a Fourier sorok Fejér-féle tételéről vagy a funkcionálanalízis Riesz-Fischer tételéről. Neumann Fejér Lipótnál írja majd tanulmányainak befejezésével doktori disszertációját, *Az általános halmazelmélet axiomatikus felépítéséhez* címmel.

Édesapja számára azonban a matematikai tanulmányok még nem voltak elegendők ahhoz, hogy biztosítva lássa János fia jövőjét, így valami gyakorlatiasabb tudományt is akart taníttatni a fiával, például kémiát. Mivel az apa szava szent volt, így János párhuzamosan budapesti tanulmányaival 1921 őszén beiratkozott a berlini egyetemre is. Három évig hallgatott itt is filozófiát, matematikát, fizikát és kémiát, majd 1924 januárjában beiratkozott a zürichi egyetemre, ahol ipari kémiát tanult, és mint vegyészmérnök diplomázott. Itt olyan matematikusokkal került kapcsolatba, mint Pólya György és Hermann Weyl. Pólya György így emlékezett később vissza erre az időszakra:

„Ő volt az egyetlen diákom, akitől féltem. Nagyon gyors volt. Egy szemináriumot tartottam haladó diákok számára Zürichben, amelyen Neumann is részt vett. Egy bizonyos tételhez érve megjegyeztem, hogy ez még nem bizonyított, és lehet, hogy nehéz a bizonyítása. Neumann nem szólt egy szót sem, de öt perc múlva jelentkezett. Amikor felszólítottam, akkor a táblához ment, és felírta a bizonyítást. Ettől kezdve féltem tőle."

A budapesti tudományegyetemet 1925. július 11-én fejezte be, rá egy évre 1926. március 12- én Summa cum laude kitüntetéssel doktorált matematikából.

Göttingen, a göttingeni Georgia Augusta egyetem kedvelt célpontja volt a tanulni vágyóknak már a XVIII. században is. Sok magyar fiatal szerezte felsőfokú ismereteit ott, akik később híres tudósokká váltak. Bolyai Farkas is éveket tölt Göttingenben, ott ismerkedik meg barátjával Carl Friedrich Gauss-szal, akit mint Göttingai Kolosszusként, a matematikusok fejedelmének hívtak később.

Nemcsak Bolyai emlékét őrzi azonban emléktábla Göttingenben, hanem a tibetológia európai úttörőjének Kőrösi Csoma Sándorét is, aki szintén a Georgia Augusta egyetemen tanult ösztöndíjasként. Neumann János három ország egyetemén szerzett tudásával Rockefeller ösztöndíjasként Göttingenbe megy, ahol akkor a sok kiváló matematikus és fizikus között a kor *„princeps mathematicoruma”* David Hilbert is dolgozik.

A kvantummechanika alapjairól közös dolgozatot is írtak ők ketten és L. Nordheimm. Göttingen a játékelmélet születésében is fontos helyszín, hiszen Neumann a Göttingeni Matematikai Társaságban tartott először előadást 1926. december 7-én a társasjátékok elméletéről.

1927-ben a Berlini Egyetemen lesz magántanár, ahol három évig tanít miközben halmazelméleti, kvantummechanikai és algebrai dolgozataival már nemzetközileg ismert és elismert matematikus. Ugyanebben az évben Lvovban egy konferencián, mint „fiatal zsenit” mutatják be. 1929-ben a hamburgi egyetemen is tanított, miközben édesapja 59 éves korában elhunyt.

Amikor 1929-ben Ortvay Rudolf fizikus – aki később sokat levelezett Neumann Jánossal – 44 évesen a budapesti Tudományegyetemre került, a maga helyére a Szegedi Egyetem elméleti fizika tanszékére Neumann Jánost, Wigner Jenőt vagy Lánczos Kornélt ajánlja. Van, aki ezt Ortvay aránytévesztésének tartja: nevezetesen, hogy ő a fiatalabb, de világhírű kutatókat ajánlja maga helyett. Nos, nyugodtan mondhatjuk, hogy Ortvay teljesen tisztában volt, hogy ki az akkor 26 éves Neumann János, a 27 éves Wigner Jenő és a 36 éves Lánczos Kornél. Éppen azért ajánlotta őket, mert világhírűek, amint az alábbi megtalált fogalmazványában is olvashatjuk:

„Tekintve eddigi fényes belső tudományos eredményeiket és az őket ért elismerést, tudományos pályájuk nem látszik kétségesnek. Tekintve ezt, valamint azt, hogy jómódú, anyagilag független emberek, reájuk a szegedi tanszék nem exisztenciális kérdés. Sőt a külső nagy tudományos életből való kiszakadásuk igen jelentékeny áldozatot jelentene számukra. Ellenben a hazai tudományos életünkre nagy értéket jelentene e kiváló tudósok megnyerése, főképp, ha zavartalan tudományos működésük kellő szemináriumi könyvtárral biztosíttatik.”

Mint ismeretes Neumann Jánost – valószínűleg a kor antiszemita hangulata miatt – nem hívták meg Szegedre, pedig jellemét ismerve nem kizárt, hogy elfogadta volna a felajánlást. Itthon és külföldön is egy-egy félévet tanítva, összeköthette volna a hazai és nemzetközi tudományos életet.

1929 végén Neumann még levelet ír volt tanárának, Fejér Lipótnak, amelyben a magyar matematikai és fizikai tanulmányi versenyek nyerteseiről és arról érdeklődik, hogy azok hogyan váltak be később a tudományos pályán.

„Berlin, 1929. december 7.

Igen tisztelt Tanár úr!

Szilárd Leóval többször volt alkalmam a math. phys. társulat tanulóversenyéről beszélgetni, és arról a tényről, hogy ezen versenyek első helyezettjei úgyszólván összeesnek a később bevált mathematikusok és physikusok halmazával. A vizsgák általános rossz hírére való tekintettel pedig már az is egy nagy dolog, ha egy ilyen szelekció 50%-ra a helyest találja el.

Szilárdot ezen eljárásnak német viszonyok között való alkalmazhatása nagyon érdekli, és erről a tárgyról is többször diskuráltunk. Miután azonban elsősorban a megbízható statisztikai tényeket szeretnők megtudni, a következő kéréssel fordulunk Tanár úrhoz. Nagyon szeretnők megismerni

1.) a tanulóversenyek 1 és 2 helyezettjeinek névsorát

2.) azoknak megjelölését, akik ezek közül tudományosan vagy másképpen beváltak

3.) Tanár úr véleményét arról, hogy a díjnyertesek és a tehetséges emberek mennyire azonosak, és hogy pl az előbbieknek mekkora hányada érdemelne állami támogatást tanulmányai lehetségesség tételére.

Bocsánatot kérek, hogy egy ilyen fárasztó szívességet kérek Tanár úrtól, de nagyon hálás lennék, ha lehetséges lenne a kért felvilágosítást megkapnunk – vagy utalást arra, hogy az említett anyag, hogy szerezhető meg. Én még 17-ig itt vagyok.

Előre is köszönve maradok Tanár úr hálás tanítványa

Neumann Jancsi"

A levél aláírásában a ’Jancsi’ becenév általánosan is használatos lesz barátai számára (illetve a nem magyarok számára a Johnny), így nem hiába nevezte Fejér Lipót őt *„hazánk legnagyobb Jancsijának”*.

Az 1930-as év fordulópontot jelentet Neumann életében. Nemcsak azért mert ebben az évben köt házasságot Kövesi Mariettával, hanem mert ekkor hívják meg vendégelőadónak a Princetoni Egyetemre, Amerikába. Az egyetem a rákövetkező évben, tehát 28 éves korában nevezte ki rendes tanárának. Úgy mondják, hogy Neumann volt mind a mai napig az Egyesült Államok legfiatalabban kinevezett egyetemi tanára. 1933-ban újabb megtiszteltetés éri a princetoni Felsőfokú Tanulmányok Intézetének (Institute for Advanced Study) lesz és marad élete végéig állandó matematikaprofesszora. Ez nagyon nagy elismerésnek számított, hiszen rajta kívül csak A. Einstein, J. W. Alexander és O. Veblen kapott addig hasonló beosztást. Az intézet lényegében egy olyan továbbképző volt, ahol a hallgatóság jórésze már eleve doktorátussal rendelkezett.

Egy matematikus oktatót gyakran néhány centiméterrel a föld felett járó csodabogárnak, szórakozott különcnek szoktak ábrázolni, akinek gyakorlati érzéke a világ ügyeiben jórészt nullával egyenlő. Neumann nem ilyen volt. Kemény János György magyar származású matematikus, a BASIC nyelv megalkotója így emlékezett rá:

„Neumann teljesen normális ember volt, ugyanakkor a legnagyobb élő matematikus. Egy fontos leckére mindenesetre megtanított: nem kell föltétlen ijesztő külsővel járnom, ha sikeres matematikus akarok lenni.”

Neumann nem volt a karikírozott matematikus típusa. Ez nem azt jelenti, hogy ne lett volna egyáltalán szórakozott (az volt), de mindig ügyelt a megjelenésére, beszédére. Matematikát, az őt értők számára nagyon jól adott elő, szerette „körbejárni” a problémákat, több oldalról megvilágítani a kérdéseket. Amit kevésbé szeretett a hallgatóság az az volt, ahogy a táblatörlővel bánt. Felírta a táblára a szóban forgó alapvető formulát, majd miután igazolta, hogy az egyik szimbólum egy másikkal helyettesíthető, a helyettesítést nem úgy végezte el, hogy újra felírta a módosított formulát, hanem egyszerűen letörölte a helyettesíthető szimbólumot és helyébe írta az újat. Ezzel elkeserítette a jegyzetelőket, különösen azért, mert az előadás folyamatosságát fenntartva, közben folyamatosan beszélt.

Gondolkodási sebességének elképesztő gyorsaságáról mindenki, aki személyesen ismerte őt megemlékezett. Wigner Jenő ezt mondta róla:

„Sok nagy tudóssal találkoztam életemben, nagyon sokkal… Nem ismerek senkit, aki olyan gyors, oly éles eszű lett volna, mint Neumann János."

Az egyik legtöbbet emlegetett anekdota ezzel kapcsolatosan a híres *„legyes feladat"*, amit manapság is gyakran kitűznek matematikai problémaként középiskolában:

„20 km távolságban levő két kerékpáros elindul egymás felé mindkettő állandó 10 km/h sebességgel haladva. Ugyanakkor egy 15 km/h sebességgel haladó légy is elindul az egyik kerékpár első kerekétől a másik felé, annak első kerekéig, majd megfordul és az első kerékpár felé repül és ezt folytatja, míg a két kerékpár első kerekei össze nem nyomják. Kérdés: milyen hosszú utat tett meg a légy?"

Mivel a kérdés a légy útjára vonatkozik, így első gondolata az lehet az embernek, hogy számítsuk ki, mennyi utat tesz meg a légy akkor, amikor az egyik kerékpáros első kerekétől elér a másik kerékpáros első kerekékig. Majd számítsuk ki, hogy miután megfordul, mennyi utat tesz meg amíg visszajut az előbbi kerékpáros első kerekéig, és így tovább egészen addig amíg találkoznak. Vagyis formálisan egy végtelen sorösszegzéssel, ahol a légy által megtett útszakaszokat összegeznénk, jutnánk el a megoldáshoz. Lehetne így is gondolkodni, de ez nagyon komplikált megoldás.

A feladat érdekessége, hogy van egy nagyon egyszerű gondolatmenet, amivel szintén eljuthatunk a helyes válaszhoz. Mivel mindkét kerékpáros 10km/h sebességgel halad, így nyilván a 20 kilométeres szakaszon 1 óra múlva találkoznak. Mivel a légy sebessége 15 km/h, így ő 1 óra alatt pont 15 kilométert tesz meg.

Mikor Neumann Jánosnak feltették ezt a kérdést, Neumann néhány másodperc alatt megoldotta a feladatot csalódást okozva a kérdezőnek, aki erre így reagált: *„Ó, ön bizonyára ismerte a trükköt!*". Mire Neumann azt felelte: *„Miféle trükköt? Én csak összegeztem a végtelen sort."* Nos ha valóban ez történt, akkor az szép teljesítménynek számít pillanatok alatt fejben ezt megtenni. Azonban lehet, hogy éppen Neumann akarta megtréfálni az ámélkodó feladatkitűzőt egyszerre átlátva a komplikált és egyszerű megoldási eljárásokat. Neumann szeretett viccelődni.

1933-ban itthon olyan tudósok javasolták akadémiai tagságra, mint Bláthy Ottó Titusz, Rados Gusztáv, Kövesligethy Radó, Tangl Károly, Fejér Lipót, Pogány Béla, Rybár István, Ortvay Rudolf, a III. osztály mégsem vette fel tagjai közé. Neumann nem lett a Magyar Tudományos Akadémia tagja, pedig bizonyára jólesett volna a számára „nemcsak" a külföldi, de a magyar elismerés is. Aki a tudomány színaranyában gázol, annak persze az elismerések, kitüntetések, tagságok jóleső dolgok, de másodlagosak.

Hogy is mondta a század másik világhírű matematikusa Erdős Pál, amikor 1991-ben átvette az Akadémiai aranyérmet?

„Butaságban szenvedek,

megtiszteltetést küldenek.

Szép, új tételt, ha kaphatnám,

Száz ilyenért nem adnám."

(Arany János után szabadon)

Az egy ilyen kor volt a magyar történelemben, amikor az Akadémia nagyjutalmával nem a Nobel-díjas Szent-Györgyi Albertet, hanem helyette egy nyilast tüntetett ki. Tegyük azonban rögtön azt is hozzá, hogy öt év múlva 1938-ban az Eötvös Loránd Matematikai és Fizikai Társulat – mintegy kárpótlásul – tiszteletbeli tagjának választja Neumannt. Később Neumann, ha papíron nem is, de szellemiségében a magyar akadémikusok körébe került. Szent-Györgyi Albert elnökletével 1945-ben megalapítottak egy új MTA-t, a Magyar Természettudományi Akadémiát, amelynek 50 tagja lehetett. Az alapítástól kezdve köztük volt Neumann János neve is.

Közben 1935-ben születik meg egyetlen gyermeke Marina, aki később szép pályát fut be, mint a General Motors alelnöke, és mint egyetemi tanár. Neumann első házassága leányuk születése után nemsokkal felbomlott. 1938-ban azonban újra megnősült, feleségül vette Dán Klárát, aki később a Los Alamos-i laboratórium programozója lett. Neumann ekkor már egy éve amerikai állampolgár.

Neumann János legtöbb matematikai tárgyú eredményét csupán a középiskolás tananyag matematikai ismereteire alapozva nem lehet tárgyalni. Sok esetben még érzékeltetni sem lehet az eredmények jelentőségét, mivel egy-egy kérdésnek a megértéséhez is szükség van az egyetemi szintű matematikai alapműveltségre. Összesen 124 matematikai dolgozatot írt, munkái később összegyűjtött formában is megjelentek.

Pusztán címszerűen felsorolva elmondhatjuk, hogy Neumann fontos eredményeket ért el az axiomatikus halmazelméletben, a funkcionálanalízisben, vizsgálta a Hilbert-terek operátorait és önadjungált transzformációit, tanulmányozta az ilyen operátorokból álló gyűrűket (az ún. Neumann-algebrákat). Bevezette és vizsgálta a később Neumann-regulárisnak nevezett gyűrűk osztályát. Alapvető munkákat írt az általa kezdeményezett folytonos geometriában is, amellyel olyan geometriákat nyert ahol a dimenziószám nemcsak pozitív egész szám lehet. Van néhány a számelmélettel kapcsolatos munkája is.

A középiskolás matematikához legközelebb talán a játékelmélet áll Neumann matematikai munkásságából, amelynek megalapozása szintén az ő nevéhez fűződik. 1944-ben O. Morgensternnel együtt megírták a téma első tanulmányát, benne a híres minimax-tétellel.

A játékelmélet ma az operációkutatásnak nevezett területhez tartozik. Utódjaként a korlátozott információjú játékelméletben elért eredményeiért kapott 1994-ben a szintén magyar származású Harsányi János közgazdasági Nobel-díjat. Neumann további fontos eredményt ért el a lineáris programozásban a dualitási tételek felismerésével.

Neumann korának nemcsak kiváló matematikusa volt, hanem jól ismerte az elméleti fizikát is. Magát matematikusnak és matematikai fizikusnak mondta. A kvantummechanika Neumann bekapcsolódásának idején két fő irányt mutatott: az egyik a Heisenberg-féle mátrix-mechanika, a másik a Schrödinger-féle hullám-mechanika. E két irányt Dirac és Jordan általánosította egységes diszciplinává az ún. transzformációelméletté. Ebben a tárgyalásban alapvető szerep jutott a Dirac-féle deltafüggvénynek, amelynek szabatos matematikai megalapozása azonban még váratott magára (ez egy olyan függvény, amelynek a 0 ponton kívül mindenhol 0 az értéke, integrálja azonban 1). Neumann úgy építette fel elméletét, hogy mellőzte a Dirac-féle deltafüggvényt, helyette a Hilbert-tér operátorait felhasználó egzakt szigorú megalapozását adta a kvantummechanikának. Munkája magyar nyelven is olvasható.

A második világháború idején a katonaság felhasználta Neumann matematikai és fizikai ismereteit. Részt vett az atomenergia felszabadításában és annak háborús célokra való felhasználásában az ún. Manhattan-tervben. Később kinevezték az Atomenergia Bizottság tagjává is, amely posztot haláláig betöltött.

A számítógépek világával Hermann Heine Goldstine révén ismerkedett meg. Goldstine és Neumann az abeerdeni vonatállomáson találkoztak 1944 nyarán, amire így emlékezett Goldstine:

„…elmondtam, hogy a komputer építésével foglalkozunk a Pennsylvaniai Egyetemen. Egy olyan elektronikus komputert építünk, amely másodpercenként háromszáz szorzást képes elvégezni. Erre rettentő izgatott lett, és attól kezdve megváltozott egész élete."

Ezt a változást munkásságán is érezni lehet, mivel a tiszta matematikától erősebben fordult inkább az alkalmazások felé. Az idézetben említett számítógép lett a híres ENIAC. Az előbbi találkozás után egy évvel már a számítógép-program igazgatója. Az ENIAC építése mellett azonban elkezdődött egy új számítógép az EDVAC tervezése is. Ekkor készíti el Neumann a *„First draft of a Report on the Edvac"* című EDVAC-leírást, amely először foglalta össze a modern számítógépek ismérveit, így a tárolt programozás elvét is.

A 4 konstrukciós elv, az ún. Neumann-elvek *az alábbiak:*

- *Szükség van egy párhuzamos működésű memóriaegységre. A memóriaegységnek mind számokat, mind pedig utasításokat (ez utóbbiakat kulcsszámmal kifejezett formában) tárolni kell tudnia.*

- *Szükség van egy vezérlőegységre, amely különbséget tud tenni számok és utasítások között, az utasításokat interpretálni tudja, és emberi beavatkozás nélkül különböző utasítások végrehajtását tudja vezérelni.*

- *Szükség van egy párhuzamos működésű aritmetikai egységre, amely bináris rendszerű összeadásra, kivonásra, szorzásra és osztásra alkalmas. A memóriakapacitással való takarékoskodás érdekében fix bináris pontot kell használni, és a léptékmegválasztás terhét a matematikusra kell róni.*

- *Szükség van egy olyan kimenő-bemenő egységre, amely át tudja hidalni a gép gyors memóriaegysége és a lassú emberi memória közötti sebességkülönbséget.*

Az ENIAC áramköreit és logikai megoldásait amelyek Atanasofftól származtak, a gép készítőinek főmérnöke John P. Eckert és a matematikus John W. Mauchly úgy szabadalmaztatták, hogy közben Atanasoffot nem vették be a szabadalomba. Mikor az előbbi páros úgy gondolta, hogy a tárolt programozás elvét is szabadalmaztatja, Neumannt és Goldstinet is be akarták ebbe vonni, de Neumann ebbe nem egyezett bele. Ő úgy gondolta, hogy a saját szellemi termékét a konstruktőrök szabadon használhassák fel, nem kell azt levédeni.

A szabadalmi eljárást ennek ellenére elkezdték, de mivel az elvet Neumann nyilvánosságra hozta, így a szabadalommal való védelmet lehetetlenné tette. A Neumann-Goldstine és Mauchly-Eckert párosok viszonya így megromlott, útjaik szétváltak. Neumann és Goldstine visszatértek a princetoni Felsőfokú Tanulmányok Intézetébe és megépítették az EDVAC-nál korszerűbb Neumann-gépet (eredeti nevén IAS gépet).

Gyakorlati problémaként nagyon érdekelték a meteorológiai előrejelzések matematikai és számítástechnikai megoldásai, foglalkozott sejtautomatákkal is. Kutatta az emberi agy és számítógép működésének összehasonlításából fakadó kérdéseket. A *„Számológép és az agy”* című magyarra is lefordított könyvében e vizsgálatairól olvashatunk. A könyv utolsó fejezetének címe egyben konklúzió: *„Az agy nem a matematika nyelvét használja”*.

Neumann életében több elismerést kapott külföldön. Így tiszteletbeli doktora lett a princetoni egyetemnek (1947), a Pennsylvania- és Harvard-egyetemeknek (1950) az isztambuli és Maryland-egyetemeknek (1952), a müncheni műegyetemnek (1953) és a Columbia egyetemnek (1954). Tagjává választotta az USA-ban a National Academy of Sciences és az American Academy of Arts and Sciences, a holland királyi akadémia, a római Accademia Nazionale dei Lincei, a milanoi Instituto Lombardo di Scienze e Lettere és a limai Academia Nacional de Ciencias Exactas. 1951-től három évig az Amerikai Matematikai Társulatnak is elnöke volt. 1956-ban Enrico Fermi díjat és a legmagasabb kormánykitüntetést, a Szabadság érdemrendet adományozzák a számára. Ez utóbbi díjat kórházba kerülése előtt veszi át Eisenhower elnöktől ezekkel a szavakkal:

„Bárcsak elég sokáig itt maradhatnék, hogy ezt a megtiszteltetést megérdemeljem.”

1955. augusztus 11-én Neumann testében rákot diagnosztizáltak, amely akkor már áttételes volt. Pár hónap múlva tolószékbe kényszerült, majd 1956-ban vonult be a washingtoni Walter Reed kórházba. Betegsége alatt barátai rendszeresen látogatták. Leányát egyszerű számtani feladatok feladására kérte, ezzel ellenőrizve szellemi állapotát. Megható lehetett látni Neumann Jánost a kor legnagyobb matematikusát, aki gyermekkorában sokjegyű számokat szorzott össze fejben, hogy most felcsillan az örömtől a szeme, ha egy-egy összeadás sikerül neki. A kórterem akusztikus lapjain táblás játékot játszott fejben, egyedül. Amikor megkérdezték tőle mit csinál azt mondta: *„Játszom a mennyezeti csempékkel…”*.

1957. február 8-án hunyt el Washingtonban. *„Sajnos ott voltam, amikor meghalt,…darabokban halt meg.”*, mondta Teller Ede egyik interjújában. Ma édesanyjával közös sírban alussza örök álmát a princetoni temetőben. Sírját ritkán keresi fel valaki.

Írásos hagyatéka a washingtoni Kongresszusi Könyvtárban van 36 karton ládában elhelyezve, ezen kívül több hazai intézmény is birtokol még kéziratokat és leveleket Neumann Jánostól. Emlékét őrzi az 1968-ban alakult Neumann János Számítógép-tudományi Társaság, iskolák vették fel nevét.

Érdekességek

1. Az ENIAC számítógép Neumann Jánossal az előtérben

2. Róla nevezték el a (22824) von Neumann kisbolygót.

3. A Holdon Bolyai János, Eötvös Loránd, Hell Miksa mellett róla is elneveztek egy krátert.

4. A *Financial Times* 1999-ben az évszázad emberének nevezte.

5. Magyar dokumentumfilm: *Neumann János – John von Neumann*

(1984, 66 perc, írta és rendezte: Dénes Gábor)

6. Két magyar nyelvű könyvet ajánlok olvasásra:

- Wisinger István: Egy elme az örökkévalóságnak

- Marina von Neumann Whitmann: A Marslakó lánya

7. Művei magyarul:

- *A számológép és az agy*; bev. Neumann Klára, ford., jegyz. Szalai Sándor, utószó Tarján Rezső; Gondolat, Bp., 1964
- *Válogatott előadások és tanulmányok*; ford. Augusztinovics Mária; Közgazdasági és Jogi, Bp., 1965
- *A kvantummechanika matematikai alapjai*; ford. Sebestyén Ákos; Akadémiai, Bp., 1980
- *Neumann János válogatott írásai*; vál., előszó Ropolyi László; Typotex, Bp., 2003 *(Principia philosophiae naturalis)*
- *A számítógép és az agy*; ford. Szerényi László, Szerényi Ildikó; NetAcademia Oktatóközpont, Bp., 2006

8. Neumann János második feleségével és inverz nevü kutyájukkal:

9. Neumann János és lánya:

8.3. Erdős Pál (1913.03.26.-1996.09.20.)

Erdős Pál, Wolf- és Kossuth-díjas, valamint Állami Díjas magyar matematikus, az MTA rendes tagja. A 20. század egyik legjelentősebb matematikusa.

Életpályája

Apai nagyszülei Engländer Adolf és Zimmermann Teréz, anyai nagyszülei Wilhelm Ármin és Grün Zsófia voltak. Apja, Erdős (Engländer) Lajos matematikatanár volt, aki egyetemi évei alatt összebarátkozott Kármán Tódorral és Fejér Lipóttal is. Ő magyarosította a család nevét Erdősre. Anyja, Wilhelm Anna szintén matematikatanár volt. Szülei 1905. április 9-én, Budapesten, a VI. kerületben kötöttek házasságot, s három gyermekük született: Magda (1908–1913), Klára (1910–1913) és Pál. A két lánytestvér – amikor anyjuk kórházban feküdt Pállal– fertőző skarlátban meghalt. A családi tragédia rányomta bélyegét későbbi életükre. Szülei, hogy egyetlen gyermeküket megóvják, sokáig nem íratták fiúkat iskolába. Így fordulhatott elő, hogy egy elterjedt anekdota szerint 11 éves korában kellett először saját magának bekötnie a cipőjét.

Középiskolába már rendesen járatták, és saját bevallása szerint a történelem volt a kedvenc tantárgya. Már a középiskolában kitűnt tehetségével, mint a KöMaL (középiskolai matematikai lapok) sikeres feladatmegoldója. Tagja volt a matematika iránt érdeklődő budapesti középiskolásokat tömörítő Anonymus-csoportnak Turán Pállal, Szekeres Györggyel, Klein Eszterrel és másokkal együtt. A budapesti Szent István Gimnáziumban érettségizett, kiváló eredménnyel.

Jól sikerült érettségije és a numerus clausus 1928-as változtatása együttesen járult hozzá ahhoz, hogy felvegyék az egyetemre. Párhuzamosan járt a Pázmány Péter Tudományegyetemre és a Budapesti Műszaki Egyetemre. Így a legjobb professzorokat hallgathatta: Fejér Lipótot, Kürschák Józsefet és Kőnig Dénest.

Hitler hatalomra kerülése miatt a zsidógyűlölet tovább erősödött Magyarországon. Erdős így külföldre kényszerült, s kapóra jött, hogy lehetősége volt ösztöndíjasként Manchesterbe menni tanulni. Négy évet töltött ott, majd az Anschluss és a hazai politikai helyzet romlása miatt a princetoni Institute for Advanced Study-ba ment. Ez a matematikai kutatások központja volt. Olyan tudósokkal, mint Albert Einstein, Neumann János és Wigner Jenő. Stanisław Ulam megpróbálta Erdőst a Manhattan tervbe is bevonni, de Erdős haza vágyott. Végül 1948-ban látogatott haza, s ekkor ismerte meg Rényi Alfrédot. A kommunizmus gátlástalan diktatúráját érzékelve újra távozott: a következő években Anglia és az USA között ingázott. 1954-ben a McCarthy-féle antikommunista kampány részeként kitiltották az Amerikai Egyesült Államokból, mert egy USA-ból a vörös Kínába hazatérő matematikussal levelezett. Anyja, MTA-titkári beosztásának megtartása érdekében MKP-tag lett, egy kihallgatása során Marxot nagy tudósnak tartotta.

Izraelbe ment, de magyar állampolgárságát megtartotta. 1955-ben rendeződött a viszonya Magyarországgal, az MTA tagnak választotta, s Rényi a Matematikai Kutatóintézetben munkát is ajánlott neki. Ezután budapesti támaszpontjáról indult megszámlálhatatlan világ körüli útjára, melyekre anyját is gyakran magával vitte.

Elsősorban számelmélettel, kombinatorikával, halmazelmélettel, analízissel és valószínűségszámítással foglalkozott. A matematika szinte minden ágában alkotott.

Számelméleti, illetve kombinatorikai kutatásaival ún. „*magyar iskolá"*-t teremtett. Életében ő volt a kombinatorika kutatásának és alkalmazásának talán legnagyobb egyénisége. Meghonosította a *Ramsey-típusú jelenségek* vizsgálatát és nagy úttörője volt a véletlen módszerek alkalmazásának.

Zsenialitása nemcsak bizonyításaiban mutatkozott meg, hanem nagy problémafelvető is volt. Művészi szintre fejlesztette a fontos problémák meglátásának képességét. Sokszor pénzdíjat tűzött ki ezekre, néhány dollárostól több ezer dollárosig.

Élete utolsó évtizedeiben hírességgé vált, nemcsak Magyarországon, de az egész világon is. Ebben nemcsak hatalmas életműve játszott szerepet, de sajátos, örökké utazó életformája is.

Élete végéig erős magyar akcentussal beszélte az angolt. Nem véletlen, hogy egy indiai egyetem folyosóján, az előadóteremből kiszűrődő hang alapján Marx György felismerte, hogy ott egy magyar matematikus tart előadást.

Édesanyja 1971-ben bekövetkezett halála után depresszióval küzdött, amire háziorvosa amfetaminokat, Benzedrint és Ritalint írt föl. Ezeket élete végéig szedte. 1979-ben a tudós túlzott gyógyszerfogyasztása miatt aggódó Ronald Grahammal 500 $ értékben fogadást kötött, hogy egy hónapra fel tud hagyni a szerekkel, ha úgy akarja. A fogadást Erdős nyerte, de panaszkodott, hogy a tiszta hónap alatt "csak átlagos ötletei voltak". Amikor az 1987-ben az Atlantic Monthly hasábjain megjelenő portrécikkben Paul Hoffman szóvá tette Erdős amfetaminfogyasztását, a matematikus a következőképpen fordult a szerzőhöz:

"... egy dolog nem tetszett: a Benzedrin-ügyet nem kellett volna említened. Nem mintha nem úgy lenne, ahogy írtad, csak nem szeretném, hogy a matematika iránt érdeklődő gyerekek azt higgyék, hogy drogokat kell szedniük a sikerért."

Interjú részlet Erdős Pállal:

„*– Professzor úr, mondják Önről, nem tudom igaz-e, hogy az Ön életfelfogása egy kissé pesszimista.*

– Nem, azt nem hiszem, hogy igaz. Illetve csak abban az értelemben, amennyiben az emberi sors pesszimista.
– *Mennyiben?*
– Hát, rövid ideig él az ember, és sokáig halott."

Fontosabb eredményei

Számelmélet

- Elsőéves egyetemistaként egyszerű bizonyítást adott a Csebisev-tételre. (Minden egynél nagyobb szám és kétszerese között van prímszám.)
- Atle Selberggel elemi bizonyítást adott a prímszámtételre.
- Belátta, hogy van olyan $c < 1$ szám, hogy végtelen sok p prímre $p' - p < c \cdot \log p$ ahol p' a következő prím.
- A másik irányban belátta, hogy alkalmas $c > 0$ konstanssal van végtelen sok p prím, hogy

$$p' - p > c \cdot \frac{\log p \log \log p}{(\log \log \log p)^2}$$

- J. L. Selfridge-dzsel belátta, hogy egymásutáni számok szorzata sohasem teljes hatvány.

- Bebizonyította, hogy $n \geq 2k, ahol\ k \geq 4$, esetén az $\binom{n}{k}$ binomiális együttható értéke nem lehet teljes hatvány.
- A. Ginzburggal és A. Zivvel igazolta, hogy $2n - 1$ egész szám közül mindig kiválasztható pontosan n, hogy az összegük osztható n-nel. (Erdős–Ginzburg–Ziv-tétel).
- Megmutatta, hogy minden monoton additív számelméleti függvény $c \cdot \log n$ alakú.
- Megválaszolta Szidon Simon kérdését: van a természetes számoknak olyan sorozata, hogy minden egynél nagyobb n természetes szám előáll a sorozat két tagjának összegeként, de legfeljebb $c \cdot \log n$-szer.
- Bebizonyította, hogy az alábbi sor összege irracionális szám:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n - 1}$$

- Példát adott olyan, páratlan számokból álló végtelen sorozatra, melynek egyik tagja sem áll elő egy prímszám és egy 2-hatvány összegeként.
- Bebizonyította, hogy ha az $a_1, a_2, \cdots$ sorozat α Snyírelman-sűrűsége szigorúan 0 és 1 közötti, a $b_1, b_2, \cdots$ sorozatból *K* összegeként minden természetes szám előállítható, akkor az $a_i + b_j$ sorozat Snyírelman-sűrűsége α-nál nagyobb, azaz minden bázis lényeges komponens.

Kombinatorika

- Véletlen módszerrel bebizonyította minden *n* és *s* értékére *n*-kromatikus *s* kerületű (legrövidebb kör hossza) gráf létezését.
- Az átlós Ramsey-számokra a $2^{\frac{n}{2}} < R(n,n) < 4^n$ becslést adta.
- $n \geq 2k$ esetén egy *n* elemű halmaznak legfeljebb

$$\binom{n-1}{k-1}$$

páronként metsző *k* elemű részhalmaza adható meg (Erdős-Ko-Rado tétel)

- Szekeres Györggyel együtt igazolta, hogy valós számok bármilyen *ab+1* hosszúságú sorozata tartalmaz *a+1* hosszú növő vagy *b+1* hosszú csökkenő részsorozatot (Erdős–Szekeres-tétel)
- Rényi Alfréddal és T. Sós Verával megmutatta, hogy ha egy véges gráfban bármely két csúcsnak pontosan egy közös szomszédja van, akkor van olyan csúcs, ami az összes többivel szomszédos (barátság-tétel).

Halmazelmélet, gráfelmélet

- A. H. Stone-nal példát adott két olyan, valós egyenesen lévő Borel-halmazra, melyek pontonkénti összege nem Borel-halmaz.
- Bebizonyította, hogy ha egy kontinuumnál nagyobb teljes gráf éleit megszámlálható sok színnel színezzük, akkor van megszámlálhatónál nagyobb egyszínű teljes részgráf.
- Bebizonyította, hogy ha *K* szinguláris számosság, akkor minden *K* számosságú gráf tartalmaz végtelen teljes vagy *K* számosságú üres részgráfot.

- Hajnal Andrással megmutatta, hogy ha egy végtelen gráf nem tartalmaz négy hosszúságú kört, akkor megszámlálható sok színnel színezhető.
- Rényi Alfréddal együtt részletesen tanulmányozták a véletlen gráfok tulajdonságait.

Analízis

- Fellerrel és Pollard-ral megmutatta, hogy ha $P(x) = p_0 + p_1 x + \cdots$, ahol

$p_0,\ p_1, \cdots \geq 0, \sum p_n = 1, \frac{1}{1-P(x)} = \sum u_n x^n$, ami $m \geq 2$-re nem hatványsora x^n-nek, akkor u_n konvergál $\frac{1}{\sum kp_k}$-hoz.

- W. H. J. Fuchsszal igazolta, hogy ha $a_1, a_2, \cdots$ természetes számok sorozata, akkor $a_i + a_j \leq x$ megoldásainak száma nem lehet $cx + o\left(\frac{x^{\frac{1}{4}}}{\log x^{\frac{1}{2}}}\right)$ ahol $c > 0$. (Erdős-Fuchs tétel)

- Belátta, hogy a racionális tagokból álló négyzetesen konvergens sorok metrikus tere egydimenziós, így a dimenzió nem mindig adódik össze topologikus terek szorzatánál.

Leghíresebb problémái

- Ha az *ABC* háromszög belsejében levő *P* pont távolsága a csúcsoktól *a,b,c*, az oldalaktól *x,y,z* , akkor $a + b + c \geq 2(x + y + z)$. (Erdős–Mordell-egyenlőtlenség)
- Ha természetes számok egy sorozatának reciprok összege divergens, akkor a sorozat tartalmaz tetszőleges hosszú számtani sorozatot.
- Természetes számok minden pozitív felső sűrűségű sorozata tartalmaz tetszőlegesen hosszú számtani sorozatot. (Erdős–Turán-sejtés, Szemerédi tétele)
- Ha a *kn* pontból álló gráfban minden pont foka kisebb, mint *k,* akkor *k* színnel egyenletesen színezhető, tehát úgy, hogy minden színosztályban pontosan *n* pont van. (Hajnal–Szemerédi-tétel)
- Ha egy gráf *n* darab, egymást páronként legfeljebb egy pontban metsző teljes *n*-es gráf uniója, akkor *n* színnel színezhető. (Erdős–Faber–Lovász-sejtés)

- Ha egy végtelen gráfban *a* és *b* össze nem kötött pontok, akkor van *a*-t és *b*-t összekötő utak egy *P* rendszere és *a*-t és *b*-t elválasztó pontok egy *S* halmaza, hogy *S* minden pontja pontosan egy *P*-beli útra illeszkedik és minden *P*-beli út pontosan egy *S*-beli pontot tartalmaz. (Általánosított Menger-sejtés, 2007-ben igazolta Ron Aharoni és Eli Berger).

Élete évszámokban

- 1913. március 26., Budapest – szülei matematikatanárok
- 1930 – Budapesten egyetemi tanulmányok kezdete. a Pázmány Péter Tudományegyetem és a Műszaki Egyetem között ingázva folytatta tanulmányait.
- 1934 – doktorátus – Manchesterbe megy, ott 4 évet tölt
- 1938–39 – Princeton, Institute for Advanced Study (IAS)
- 1943 – Purdue University
- 1948 – rövid látogatásra, Magyarországra utazik
- 1949 – Atle Selberg és Erdős elemi bizonyítást adtak a prímszámtételre
- 1951 – Cole Prize (American Mathematical Society), számelméleti cikkei, de főleg a prímszámtétel elemi bizonyítása miatt
- 1952 – University of Notre Dame
- 1954 – a McCarthy-féle antikommunista kampány miatt kitiltják az USA-ból – 10 évet Európában, Izraelben és számos más helyen tölt
- 1963. november – megkapja a vízumot az USA-ba
- 1964. november – ettől kezdve édesanyja elkíséri utazásain
- 1971 – Szele Tibor-emlékérem (Bolyai János Matematikai Társulat)
- 1971 – *Anyuka* meghal egy kanadai úton, Calgaryban. Ezt Erdős soha nem heveri ki.
- 1973 – a Londoni Matematikai Társaság tiszteletbeli tagjává választotta
- 1975 – vendégprofesszor a cambridge-i Trinity College-ban
- 1983 – Wolf-díj, Állami Díj
- 1991 – Akadémiai Aranyérem (Magyar Tudományos Akadémia)
- 1996. szeptember 20., Varsó – szívroham

Érdekességek

1. A különböző serkentőszereknek köszönhetően napi 19 órát tudott dolgozni.

2. Rendszeresen pénzt küldött (névtelenül) Rámánudzsan özvegyének.

3. Erdős Pál sírja Budapesten. Kozma utcai izraelita temető: 17A-6-29.

4. Tagja volt a magyar (1956), az amerikai (1979), az indiai (1988), az angol (1989) és más tudományos akadémiáknak. Munkásságáért több külföldi tudományos akadémia választotta tiszteletbeli tagjává.

5. Több mint 1500 cikke, tudományos munkája jelent meg, (néhány száz a halála után). A matematika történetének legtermékenyebb tudósa!

6. Több mint 500 társszerzővel dolgozott együtt.

7. A világ 15 egyetemének volt a díszdoktora.

8. 1983-ban megkapta a legmagasabb nemzetközi elismerést, a Nobel-díjjal egyenértékű Wolf-díjat.

9. Magyarországon Kossuth-díjjal (1958) és Állami Díjjal (1983) (számelméleti, approximáció- és interpoláció-elméleti, kombinatorikai, halmazelméleti, valószínűségszámítási, geometriai és komplex függvénytani kutatásaiért, iskolát teremtő tudományos és nevelő munkájáért) tüntették ki.

8. Erdős szám: Egy tudományos cikk szerzőjének Erdős Páltól mért távolsága a társszerzői kapcsolati hálózatban. Aki írt közös cikket Erdőssel, annak a száma 1. Aki írt közös cikket olyan tudóssal, akinek a száma 1, akkor az ő Erdős száma 2. Az a nézet, hogy egy „komoly” tudós Erdős száma 5 alatt van.

9. Megvetette a polgári élet „hagyományos céljait”, nem volt állandó lakása, állása, bankszámlája, kocsija, vagyona. Ha valami pénzhez jutott, azt nyomban elosztogatta: díjat alapított belőle, kitűzte kedvenc problémái megoldására, kölcsönadta szegény fiatal matematikusoknak kamatmentesen.

10. Pénzdíjakat tűzött ki az általa nem bizonyított feladatok megoldóinak (5 dollártól 10.000-ig, a nehézségtől függően). Annyi megoldatlan kérdést vetett fel, hogy egy vagyont kellett volna fizetnie, ha mindet megoldják. Egyszer megkérdezték tőle, hogy mit tenne, ha egy okos egyetemista minden kérdését megválaszolná? „Minden bank csődbe menne, ha az összes betétes egyszerre kivenné a pénzét. Ez a művelet nehezen képzelhető el. Szerintem több matematikus emberöltőre lesz szükség az összes feladat megoldásához.”

11. Soha nem nősült meg, az életét a matematikának szentelte.

12. Két magyar nyelvű életrajzi könyvet ajánlok olvasásra:

- Paul Hoffman: A prímember

- Bruce Schechter: Agyam nyitva áll!

9. Utószó

Úgy gondolom, hogy a könyv olvasása után mindenki belátja, hogy a matematikát **„EMBEREK”** találják ki, fedezik fel az emberiség javára. Lehetnek nők, vagy férfiak. Napjainkban már nincs egyiküknek sem előnye, sem kiváltsága erre a tudományterületre. Milyen egy matematikus élete, személyisége? Mint más területen dolgozó emberek esetében is, nincs általános leírás. A bemutatott 30 tudós esetében is látható, hogy:

Vannak különbségek

Van olyan, aki szegény ember volt. Van olyan, aki gazdag ember volt. Van olyan, aki fiatalon egy tragédia miatt halt meg 21 évesen. Van olyan, aki idős korában nyugodtan, békében 92 évesen búcsúzott az élettől. Van olyan, akit nézetei miatt meglincseltek. Van olyan, aki nem nősült meg, nem ment férjhez, csakis a matematikának szentelte az életét. Van olyan, akinek több házastársa, és több gyereke is volt. Ennek ellenére ez nem vonta el a figyelmüket a szeretett tudományuktól. Van olyan, aki békében élt és alkotott. Van olyan, akinek az életét háborúk nehezítették. Van olyan, akinek el kellett hagynia a szülőföldjét, új országot, nyelvet kellett váltania. Van olyan, akit szexuális beállítottsága miatt tettek tönkre és öngyilkosságba kergettek. Van olyan, aki már életében sikeres volt, elismerték a munkáját. Van olyan, akinek a megérdemelt dicsőség csak halála után adatott meg. Van olyan, aki több egyetemet is elvégzett. Van olyan, aki soha nem járt magasabb iskolába, önmaga sajátította el a szükséges ismerteket. Van olyan, aki minden állítást precízen, egzakt módon bizonyított. Van olyan, aki csak „ráérzett” az összefüggésekre, de nem tudta azokat igazolni. Van olyan, aki csak „hobbiként”, az egyéb munkája mellett foglalkozott a matematikával. Van olyan, aki főállásban volt matematikus, egyetemi tanár. Van olyan, aki egyedül szeretett dolgozni a saját elképzelései alapján. Van olyan, aki több tudóssal együtt kereste a problémák megoldását.

Vannak azonosságok

Tisztelték az elődök eredményeit, és azokat felhasználták. Nem az anyagi érdek motiválta őket, hanem a matematika fejlődése. Megszállottan keresték az igazságot, a matematika titkait.

Napjainkban már inkább jellemző, hogy nem magányosan, elszigetelve dolgoznak a matematikusok. A csapatmunka, az együtt gondolkodás több sikert hozhat a résztvevők számára. Ezt talán Erdős Pál munkássága bizonyította a mai kor matematikusai számára.